

浙江大学

《电路原理分析》2012 版
部分例题的 MATLAB 数值求解汇编

指导教师：陈抗生

编写：王先锋

编写说明

本讲义中提到的所有例题和章节均源自陈抗生教授编著的《电路原理分析》2012 版一书，这些内容在教材中均有相应的分析和结果这里，这里附上相应的数值求解方法。

本讲义的数值求解软件为 MATLAB 2 0 0 7 版。

本讲义分为例题部分和代码部分；所有用到 MATLAB 求解的例题和章节全部放在例题部分，对应代码放在附录部分。

命名说明

所有 MATLAB 源文件均在 codes 文件夹中，命名按照章节的顺序，如 exmp2.4.2.m 代表教材中例题 2.4.2 的代码，chapt3.6.5 - 1.m 代表章节 3.6.5 中第一步分的代码。

所有例题、章节的题目 + 方程 + 代码 + 结果的综合文件（网页文件）都放在 html 文件夹中，命名同上。也可直接访问 codes 文件夹中的 index.html

网络版请访问 <http://10.13.86.116/circuit/codes>

如有疑问请联系邮箱: pioneer@zju.edu.cn

目录:

一、	例题部分.....	4
1.	【第二章 例题 2.4.2】	4
2.	【第三章 例题 3.3.2】	6
3.	【第三章 例题 3.5.4】	7
4.	【第三章 章节 3.6-5】	9
5.	【第三章 例题 3.7.1】	12
6.	【第三章 章节 3.7.1 图 3.7.12】	14
7.	【第四章 章节 4.2.1-3】	16
8.	【第四章 章节 4.4.2】	18
9.	【第四章 例题 4.4.1】	20
10.	【第四章 例题 4.4.2】	22
11.	【第四章 章节 4.5.1-3】	24
12.	【第四章 章节 4.6.2】	26
13.	【第四章 章节 4.7.3 图 4.7.11】	30
14.	【第四章 章节 4.8.2-5】	32
15.	【第五章 章节 5.4.3】	33
16.	【第五章 章节 5.5.1】	39
17.	【第五章 章节 5.9.2-1】	44
二、	附录：代码部分.....	46
1.	exmp2.4.2.m	46
2.	exmp3.3.2.m	47
3.	exmp3.5.4.m	47
4.	chpt3.6_5.m	49
5.	exmp3.7.1.m	51
6.	chpt3.7.1.m	52
7.	chpt4.2.1_3.m	53
8.	chpt4.4.2.m	54
9.	exmp4.4.1.m	55
10.	exmp4.4.2.m	58
11.	chpt4.5.1_3.m	60
12.	chpt4.6.2.m	62
13.	chpt4.7.3.m	63
14.	chpt4.8.2_5.m	65
15.	chpt5.4.3.m	66
16.	chpt5.5.1.m	70
17.	chpt5.9.2_1.m	75

一、 例题部分

1. 【第二章 例题 2.4.2】

代码见附录 1——【exmp2.4.2.m】代码

【例 2.4.2】按 MNA 列写如图 2.4.12 所示电路的电路方程，该电路两虚线间部分，与第一章图 1.7.11 所示双极晶体管的 h 参数模型类似，虚线左边包含并联内阻 R_1 的电流源表示信号源，右边的电阻 R_3 表示负载。求输出电压 v_3 与输入电压 v_1 之比，也就是电压放大系数。电路参数为 $i_s = 500\mu\text{A}$ ， $R_1 = 100\Omega$ ， $R_2 = 1310\Omega$ ， $R_3 = 2\text{k}\Omega$ ， $\mu = 4 \times 10^{-5}$ ， $\alpha = 80$ 。

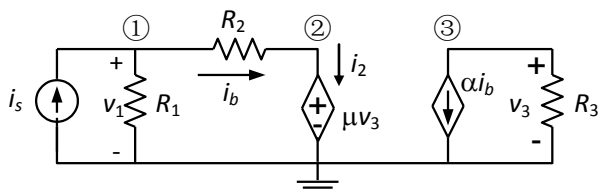


图 2.4.12 例 2.4.2 电路图

解：该电路有三个独立节点，一个独立电流源，两个受控源，即一个电压控电压源与另一个电流控制电流源。独立变量除 v_1 、 v_2 、 v_3 外，还要增加控制电流 i_b 与流过受控电压源的电流 i_2 。除按独立节点列写 3 个方程外，还要增加 2 个约束方程。按电压控制电压源、电流控制电流源列写方程的模板，其电路方程为

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_3} & 0 & \alpha \\ 0 & 1 & -\mu & 0 & 0 \\ \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_2 \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.4.22)$$

将电路参数代入上式，得到

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{100} + \frac{1}{1310} & -\frac{1}{1310} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{1310} & \frac{1}{1310} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{51000} & 0 & 80 \\ 0 & 1 & -4 \times 10^{-5} & 0 & 0 \\ \frac{1}{1310} & -\frac{1}{1310} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ i_2 \\ i_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.5 \times 10^{-3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

用 *Matlab* 求解上述方程, 结果为

$$v_1 = 4.6438 \text{mV}$$

$$v_2 = -0.0228 \text{mV}$$

$$v_3 = -0.5700 \text{V}$$

$$i_2 = 3.56 \mu\text{A}$$

$$i_b = 3.56 \mu\text{A}$$

输出电压 v_3 与输入电压 v_1 之比为 -122.7 。负号表示输出电压与输入电压极性相反。

2. 【第三章 例题 3.3.2】

代码见附录 2——【exp3.3.2.m】代码

用修正节点电位分析法求图 3.3.15 所示电路的 \dot{V}_o 、 \dot{I}_o 。图中 $\dot{I}_s = 25\angle 0^\circ \text{ mA}$ ， $X_L = 20\Omega$ ， $X_C = 25\Omega$ ， $R_1 = 40\Omega$ ， $R_2 = 50\Omega$ ，受控电压源 $\dot{V}_{cv} = \dot{V}_o / 8$ ，受控电流源 $\dot{I}_{ci} = 16\dot{I}_o$ 。

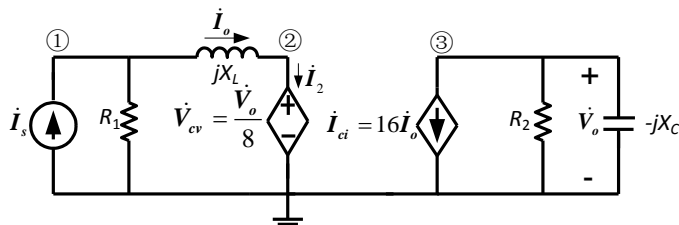


图 3.3.15 例 3.3.2 电路图

解：如图 3.3.15 所示，该电路有三个独立节点，一个受控电压源，按 *MNA* 列写电路方程，要设 5 个独立变量，即节点电压 \dot{V}_1 、 \dot{V}_2 、 \dot{V}_3 与控制电流 \dot{I}_o 、流经受控电压源的电流 \dot{I}_2 。其中 $\dot{V}_3 = \dot{V}_o$ ， $\dot{V}_2 = \dot{V}_{cv}$ 。按 *MNA* 列写的方程为

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{40} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{50} + \frac{1}{-j25} & 0 & 16 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{8} & 0 & 0 \\ \frac{1}{j20} & -\frac{1}{j20} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.025 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.2.22)$$

利用 *Matlab* 解式(3.2.22)得到

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{I}_2 \\ \dot{I}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 + 0.6j \\ 0.5 + 0.5j \\ 4 + 4j \\ 0.005 - 0.015j \\ 0.005 - 0.015j \end{bmatrix}$$

故待求量为

$$\begin{aligned} \dot{V}_o = \dot{V}_3 &= 4 + 4j = 5.67\angle 45^\circ \text{ V} \\ \dot{I}_o &= 0.005 - 0.015j = 0.0158\angle -71.57^\circ \text{ A} \end{aligned}$$

式(3.2.22)中变量 \dot{I}_o 可以省去，因为是待求量，就把它直接设置成变量。这样用 *Matlab* 求解后可直接得出 \dot{I}_o 。

3. 【第三章 例题 3.5.4】

代码见附录 3——【exp3.5.4.m】代码

图 3.5.12 所示的 Y-Δ 连接的负载不对称三相电路，设

$$\dot{E}_A = 220\text{V}, \dot{E}_B = 220e^{-j120^\circ}\text{V}, \dot{E}_C = 220e^{j120^\circ}\text{V}$$

$$Z_L = 2 + j50\Omega, Z_{ab} = Z_{bc} = (150 + j300)\Omega, Z_{ca} = (150 - j300)\Omega$$

求 \dot{V}_a 、 \dot{V}_b 、 \dot{V}_c ， \dot{I}_A 、 \dot{I}_B 、 \dot{I}_C 与电源输出的功率。

解：设 d 为公共参考节点，该电路有 6 个节点(A、B、C、a、b、c)，有 6 个电压变量，还有 3 个独立电压源，要增加 3 个流经电压源的电流变量，按 MNA 列写电路方程有 9 个变量，电路方程为

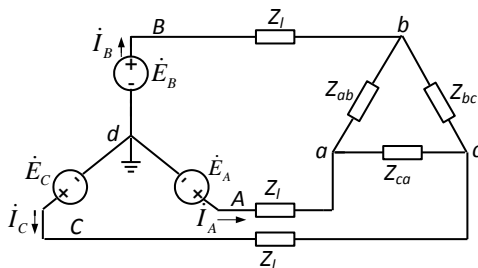


图 3.5.12 例 3.5.4 电路图

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{ca}} + \frac{1}{Z_{ab}} & -\frac{1}{Z_{ab}} & -\frac{1}{Z_{ca}} & -\frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{Z_{ab}} & \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{bc}} + \frac{1}{Z_{ab}} & -\frac{1}{Z_{bc}} & 0 & -\frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{Z_{ca}} & -\frac{1}{Z_{bc}} & \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_{ca}} + \frac{1}{Z_{bc}} & 0 & 0 & -\frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & \frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & \frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & \frac{1}{Z_L} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_a \\ \dot{V}_b \\ \dot{V}_c \\ \dot{V}_A \\ \dot{V}_B \\ \dot{V}_C \\ \dot{I}_A \\ \dot{I}_B \\ \dot{I}_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{E}_A \\ \dot{E}_B \\ \dot{E}_C \end{bmatrix}$$

将 \dot{E}_A 、 \dot{E}_B 、 \dot{E}_C 以及 Z_L 、 Z_{AB} 、 Z_{BC} 、 Z_{CA} 等数值代入上式，并用 *Matlab* 工具求解，可得

$$\dot{V}_a = 218.34e^{-j22.54^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_b = 154.93e^{-j127.45^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{V}_c = 232.96e^{j117.47^\circ} \text{ V}$$

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{E}_a - \dot{V}_a}{Z_l} = 1.71e^{-j10.07^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_B = \frac{\dot{E}_b - \dot{V}_b}{Z_l} = 1.39e^{j169.12^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{I}_C = \frac{\dot{E}_c - \dot{V}_c}{Z_l} = 0.33e^{j173.36^\circ} \text{ A}$$

最后可得各电压源输出的功率 P_A 、 P_B 、 P_C 及总功率 P_T 为

$$P_A = R_e [\dot{E}_A \dot{I}_A^*] = 370.89 \text{ W}$$

$$P_B = R_e [\dot{E}_B \dot{I}_B^*] = 99.86 \text{ W}$$

$$P_C = R_e [\dot{E}_C \dot{I}_C^*] = 42.96 \text{ W}$$

$$P_T = P_A + P_B + P_C = 513.7035 \text{ W}$$

各负载损耗的功率及总的损耗功率为, $P_{Z_{ab}} = 118.7962 \text{ W}$, $P_{Z_{bc}} = 145.1758 \text{ W}$,

$P_{Z_{ca}} = 239.8404 \text{ W}$, $P_{Z_{1,a}} = 5.8635 \text{ W}$, $P_{Z_{1,b}} = 3.8407 \text{ W}$, $P_{Z_{1,c}} = 0.2141 \text{ W}$,

$P_{\text{负载总损耗}} = 513.7035 \text{ W}$

可见, 电源输出总功率等于负载损耗的功率。

注意, 以上式中, " \dot{E} " 是电动势, 其方向由电源负极指向正极, 跟电压降方向相反。 $R_e(\dot{E}\dot{I}^*)$

大于零, 表示电源向网络输出的功率。此外, 以上式中求实部 " R_e " 前少了 " $1/2$ ", 这是因为题给出的电压、电流为有效值。如果是幅值, 实部 " R_e " 前 " $1/2$ " 不能少。

4. 【第三章 章节 3.6-5】

代码见附录 4——【chpt3.6_5.m】代码

下面讨论图 1.1.7 所示的并重绘于图 3.6.13 的焊盘-键合线-端子这个互连系统的频率响应。焊盘一般布置在芯片多层网格最上面一层,如果网格有 5 层,焊盘就布置在 M5 网格上。焊盘的形状一般为正方形,边长小于 $180\mu m$ 。

电流流过焊盘有欧姆损耗,电流又产生磁场,并储存磁场能,可用串联的电阻 R_p 与电感 L_p 等效,焊盘对地有电场线,储存电场能,用电容 C_p 等效,故焊盘的等效电如图 3.6.14(a)所示。 R_p 、 L_p 、 C 的典型值为 $R_p=0.0003\Omega$,
 $L_p=0.15nH$, $C_p=390fF$ 。

根据图 3.6.14(a)所示电路,焊盘的频率响应 $H(\omega)$ 定义为

$$H(\omega) = \frac{\dot{V}_o(\omega)}{\dot{V}_i(\omega)}$$

因为

$$\dot{V}_o(\omega) = \frac{\dot{I}(\omega)}{j\omega C} = \frac{\dot{V}_i(\omega)}{(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})j\omega C}$$

所以其幅-频特性为

$$|H(\omega)| = \left| \frac{\dot{V}_o(\omega)}{\dot{V}_i(\omega)} \right| = \left| \frac{1}{(R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C})j\omega C} \right| \quad (3.6.35)$$

将 R_p 、 L_p 、 C_p 有关的值代入,就得到如图 3.6.14(b)所示的幅-频特性曲线。

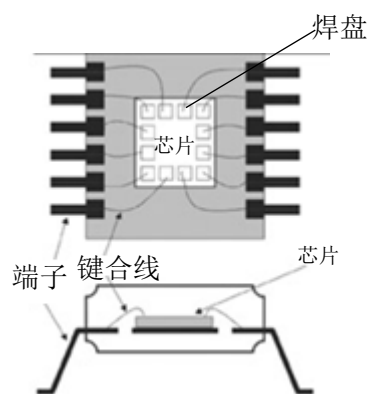
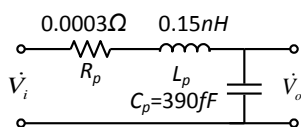
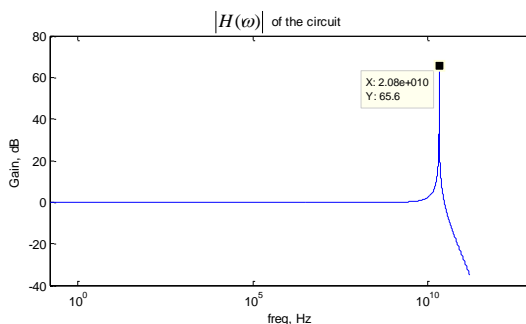


图 3.6.13 焊盘-键合线-端子互连结构



(a)



(b)

图 3.6.14 焊盘的等效电路及频率响应的幅频特性

(a) 焊盘的等效电路(b) 频率响应的幅频特性

由图 3.6.14 可见, 当 $f = 20.8\text{GHz}$, 焊盘谐振, $f > 20.8\text{GHz}$, $|H(\omega)|$ 很快衰减到零。 $|H(\omega)|$ 变化 1dB、3dB 带宽分别为 6.84GHz、11.14GHz。因此该焊盘结构当工作频率超过 11.14GHz 是不适合的。



图 3.6.15 键合线电路模型

键合线一般为很细的金丝, 其直径的典型值为 $25\mu\text{m}$, 如忽略键合线对地电容, 键合线可用串联的电感 L_b 与电阻 R_b 等效。

如图 3.6.15 所示。设键合线金丝的直径为 $25\mu\text{m}$, 长度为 5mm , 则 $R_b \approx 0.25\Omega$, $L_b \approx 5\text{nH}$ 。

如忽略端子电阻, 端子可用如图 3.6.16 所示的电路等效, L_t 表示端子的电感, C_t 表示端子对地电容。设端子为 $2\text{mm} \times 0.25\text{mm}$ 导电薄带, 端子对地为 0.25mm 厚的 FR4 介质隔开, 其电感、电容近似值为 $L_t \approx 1.1\text{nH}$, $C_t \approx 81\text{fF}$ 。

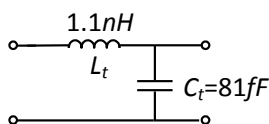


图 3.6.16 端子电路模型

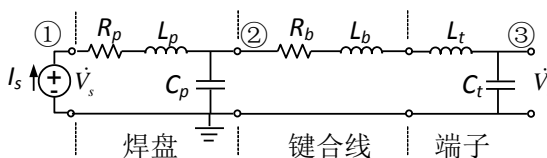


图 3.6.17 焊盘-键合线-端子互连结构的电路模型

如果该电路为 $\dot{V}_s(\omega)$ 的电压源激励, 则按 MNA 列写的电路方程为

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_p} & -\frac{1}{Z_p} & 0 & -1 \\ -\frac{1}{Z_p} & \frac{1}{Z_p} + j\omega C_p + \frac{1}{Z_{bt}} & -\frac{1}{Z_{bt}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{Z_{bt}} & \frac{1}{Z_{bt}} + j\omega C_t & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{I}_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{V}_s \end{bmatrix} \quad (3.6.37)$$

式中 $Z_p \approx R_p + j\omega L_p$, $Z_{bt} \approx R_b + j\omega L_b + j\omega L_t$ 。将有关参数代入式 (3.6.36), 并用 Matlab

工具求解, 其幅频特性 $|H(\omega)| = \frac{\dot{V}_0(\omega)}{\dot{V}_s(\omega)} = \frac{\dot{V}_3(\omega)}{\dot{V}_1(\omega)}$ 示于图 3.6.18。

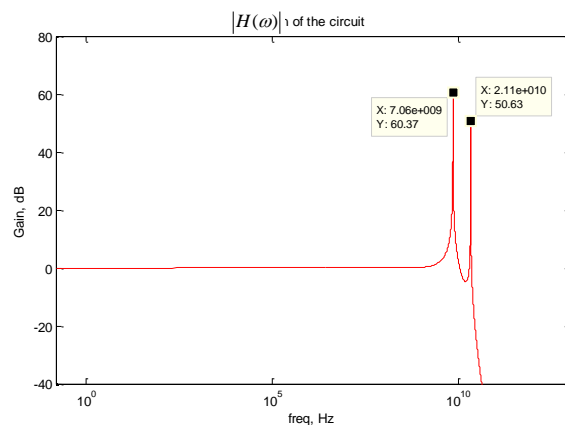


图 3.6.18 焊盘-键合线-端子互连结构的幅频特性

由图 3.6.18 可见，当 $f = 7.06\text{GHz}$ 与 $f = 21.1\text{GHz}$ 两个频率，该互连结构谐振，

$f > 21.1\text{GHz}$ ， $|H(\omega)|$ 很快衰减到零。 $|H(\omega)|$ 变化 1dB 、 3dB 带宽分别为 2.07GHz 、 3.65GHz 。

因此这种互连结构当工作频率超过 3.65GHz 是不适合的。

5. 【第三章 例题 3.7.1】

代码见附录 5——【chpt3.7.1.mexmp3.7.1.m】

用网孔法列写图 3.7.4 所示电路的相量形式的回路方程，回路电流如图所示。

由图 3.7.8 可见，线圈 L_1 上流过的电流 i_1 ，方向是从同名端流出；线圈 L_2 上流过的电流是 $(i_2 - i_3)$ ，方向从同名端流入，这两个电流不仅要在各自的线圈上产生自感电压，还要在与之耦合的线圈上产生互感电压。根据前面提过的确定互感电压的规则，得到相量形式的回路方程为

$$\begin{aligned} (R_1 + R_2 + j\omega L_1)\dot{I}_1 - R_1\dot{I}_2 - R_2\dot{I}_3 - j\omega M(\dot{I}_2 - \dot{I}_3) &= 0 \\ -R_1\dot{I}_1 + (R_1 + j\omega L_2)\dot{I}_2 - j\omega L_2\dot{I}_3 - j\omega M\dot{I}_1 &= \dot{V}_s \\ -R_2\dot{I}_1 - j\omega L_2\dot{I}_2 + (j\omega L_2 + R_2 + R_3)\dot{I}_3 + j\omega M\dot{I}_1 &= 0 \end{aligned} \quad (3.7.9)$$

设 $v_s = 220\angle 0^\circ \text{V}$ ， $f = 50\text{Hz}$ ， $R_1 = 5\Omega$ ， $R_2 = 20\Omega$ ， $R_3 = 60\Omega$ ， $L_1 = 4\text{H}$ ， $L_2 = 16\text{H}$ ， $M = 5\text{H}$ 。用 *Matlab* 工具计算网孔电流，分别为

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= 0.0034 - j0.1689\text{A} \\ \dot{I}_2 &= 2.5902 - j0.1381\text{A} \\ \dot{I}_3 &= 2.5892 + j0.0442 \end{aligned}$$

源提供的功率

$$P_{\text{源}} = R_e(\dot{V}_s \dot{I}_2^*) = 569.85\text{W}$$

三个电阻消耗的功率

$$\begin{aligned} P_{R1} &= \text{Re}[(\dot{I}_1 - \dot{I}_2)(\dot{I}_1^* - \dot{I}_2^*)]R_1 = 33.46 \\ P_{R2} &= \text{Re}[(\dot{I}_1 - \dot{I}_3)(\dot{I}_1^* - \dot{I}_3^*)]R_2 = 134.0362\text{W} \\ P_{R3} &= \text{Re}[\dot{I}_3 \dot{I}_3^*]R_3 \approx 5.5^2 \times 60 = 402.3462\text{W} \end{aligned}$$

所以

$$P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = 569.85\text{W}$$

这就是说源提供的功率等于三个电阻消耗的功率。

根据式(3.7.27)所示互感电路列写电路方程的矩阵模板，就可按照 *MNA* 对已分析过的如图 3.7.4 所示的电路列写电路方程。为此将图 3.7.4 重绘于图 3.7.11，以便标明节点编号和电流方向。按 *MNA* 列写的电路方程为

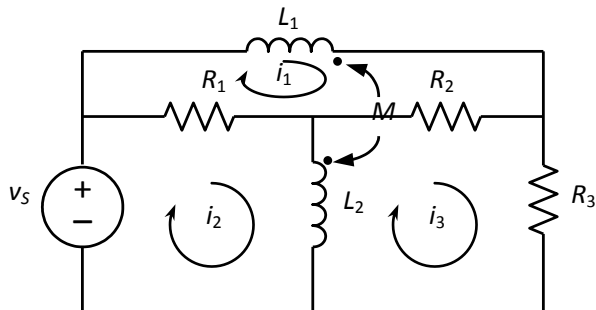
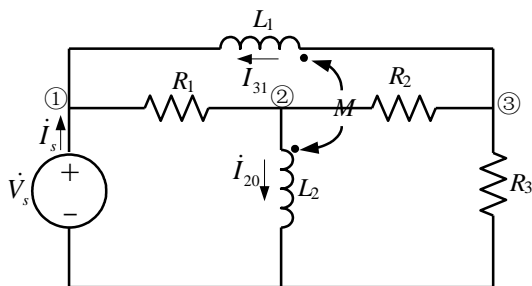


图 3.7.4 例 3.7.1 电路

图 3.7.11 按 *MNA* 列写含有互感的电路方程

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_1} & -\frac{1}{R_1} & 0 & -1 & -1 & 0 \\ -\frac{1}{R_1} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} & -\frac{1}{R_2} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{R_2} & \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_2}{j\omega\delta} & \frac{-M}{j\omega\delta} & \frac{L_2}{j\omega\delta} & 0 & -1 & 0 \\ \frac{M}{j\omega\delta} & \frac{L_1}{j\omega\delta} & -\frac{M}{j\omega\delta} & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_3 \\ \dot{I}_s \\ \dot{I}_{31} \\ \dot{I}_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dot{V}_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.7.28)$$

如果仍然设 $v_s = 220\angle 0^\circ \text{V}$ ， $f = 50\text{Hz}$ ， $R_1 = 5\Omega$ ， $R_2 = 20\Omega$ ， $R_3 = 60\Omega$ ， $L_1 = 4\text{H}$ ，

$L_2 = 16\text{H}$ ， $M = 5\text{H}$ 。用 *Matlab* 工具计算得到的结果为：

$$\dot{V}_1 = 220\text{V}$$

$$\dot{V}_2 = 207.07 - j0.1539 \text{ V}$$

$$\dot{V}_3 = 155.35 - j2.6493 \text{ V}$$

$$\dot{I}_s = 2.5902 - j0.1381 \text{ A}$$

$$\dot{I}_{31} = -0.0034 + j0.1689 \text{ A}$$

$$\dot{I}_{20} = 0.0010 - j0.0940 \text{ A}$$

按照图 3.7.4 标出的网孔电流

$$\dot{I}_1 = -I_{31} = 0.0034 - j0.1689\text{A}$$

$$\dot{I}_2 = I_s = 2.5902 - j0.1381\text{A}$$

$$\dot{I}_3 = I_s - I_{20} = 2.5892 + j0.0442$$

与前面用网孔电流法计算得到的结果一致。

6. 【第三章 章节 3.7.1 图 3.7.12】

代码见附录 6——【chpt3.7.1.m】代码

如图 3.7.12(a)所示的在集成电路内部芯片层面上互连线的电路模型，其截面尺寸及间距在微米量级，比如 $w = 2\mu\text{m}$ ， $t = 1\mu\text{m}$ ， $s = 2.5\mu\text{m}$ 。因为互连线 A 与 B 靠得很近，彼此间的电磁耦合不能忽略。

如果驱动信号从互连线 A 的一端接入，互连线 B 构成信号电流的回路，而且信号经互连线时延不到信号脉冲上升时间的 1/5，那末图 3.7.12(a)所示的互连线可以用图 3.7.12(b)所示的 RLC 模型等效，其中信号源等效为戴维南电源， R_s 为信号源内阻。R 为互连线电阻， $C_1 = C_2 = C$ ，其值为 两互连线间电容的一半。L、M 分别表示互连线的自感与互感。如果互连线较长，可等效为若干个 RLC 网络的级连。

以互连线 B 的电位作参考电位，并将互连线 B 并联的等效电路参数纳入互连线 A 的参数中，图 3.7.12(b)所示的 RLC 模型可转变为图 3.7.12(c)所示的 π 模型。在该模型两电感属串联反接，其等效电感为 $(L - M)$ ，因此，图 3.7.12(c)所示的 π 模型更可简化到 3.7.12(d)。

据此模型可方便得到电容 C_2 上的电压 V_{C_2} 的频率响应。

$$\frac{\dot{V}_{C_1}(\omega)}{\dot{V}_s} = \frac{Z_i(\omega)}{R_s + Z_i(\omega)} \quad (3.7.29)$$

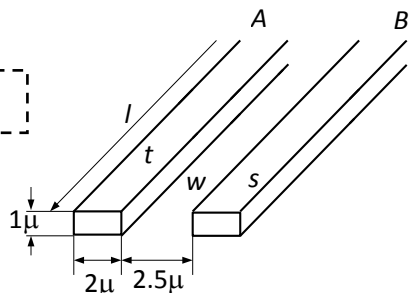
式中

$$Z_i(\omega) = \frac{1/(j\omega C_1) [1/(j\omega C_2) + 2R + 2j\omega(L - M)]}{1/(j\omega C_1) + [1/(j\omega C_2) + 2R + 2j\omega(L - M)]} \quad (3.7.30)$$

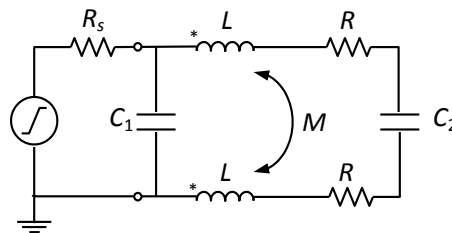
$$\frac{\dot{V}_{C_2}(\omega)}{\dot{V}_{C_1}(\omega)} = \frac{1/(j\omega C_2)}{1/(j\omega C_2) + 2R + 2j\omega(L - M)} \quad (3.7.31)$$

所以

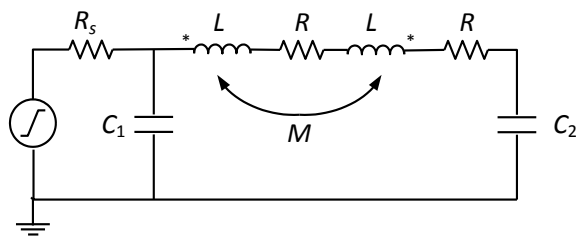
$$\frac{\dot{V}_{C_2}(\omega)}{\dot{V}_s} = \frac{\dot{V}_{C_2}(\omega)}{\dot{V}_{C_1}(\omega)} \frac{\dot{V}_{C_1}(\omega)}{\dot{V}_s}$$



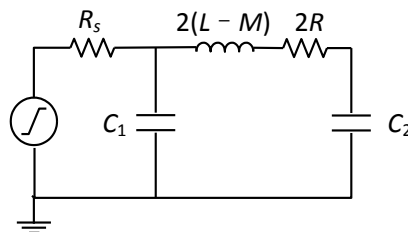
(a)



(b)



(c)



(d)

图 3.7.12 单端激励耦合互连线段及其电路模型

(a)耦合互连线 (b)单端激励 RLC 模型

(c) π 模型 (d)进一步简化的 π 模型

$$= \frac{Z_i(\omega)}{R_s + Z_i(\omega)} \times \frac{1/(j\omega C_2)}{1/(j\omega C_2) + 2R + 2j\omega(L - M)} \quad (3.7.32)$$

如设 $w = 2\mu\text{m}$, $t = 1\mu\text{m}$, $s = 2.5\mu\text{m}$, $l = 5\mu\text{m}$, 填充介质的相对介电系数 $\epsilon_r = 4$, 作为近似估计, 可得 $2(L - M) = 0.004\text{nH}$, $R = 0.043\Omega$, $C_1 = C_2 = 0.035433\text{nF}$ 。如再设 $R_s = 0.2\Omega$, 将以上数据代入式(3.7.30)与(3.7.32), 可得到电容 C_2 上的电压 V_{C_2} 的频率响应, 如图 3.7.13 所示。由图 3.7.13 可见, 即使 $5\mu\text{m}$ 长的互连线, 信号频谱中高于 19.2GHz 的频率分量就不易通过了。

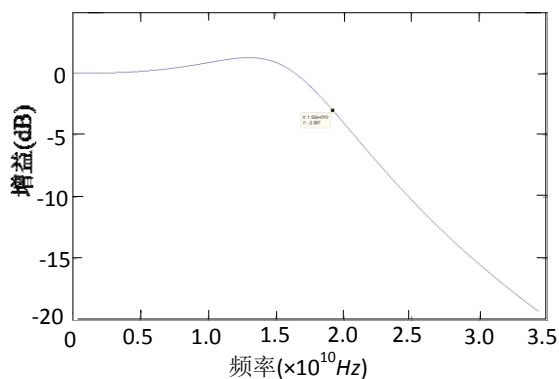


图 3.7.13 图 3.7.12 所示互连线的频率响应

7. 【第四章 章节 4.2.1-3】

代码见附录 7——【chpt4.2.1_3.m】代码

RC 电路的充电与放电

下面以图 4.2.1 所示 RC 电路为例讨论 RC 电路的充电与放电过程。

假设图 4.2.1 所示的电路在阶跃电压作用前，电容器上电压为零，即电路处于零状态，如图 4.2.5(a)所示，那末在阶跃电压作用下，电容器上电压随时间变化，由电路的零状态响应表示，即

$$v_c(t) = V_s(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) = V_s(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (4.2.20)$$

式中

$$\tau = RC \quad (4.2.21)$$

τ 具有时间的量纲，叫做电路的时间常数。由式(4.2.20)可见，当 $t=0$ ， $v_c=0$ ，当 $t=\tau$ ， $v_c=(1-\frac{1}{e})V_s$ ，当 $t \rightarrow \infty$ ， $v_c \rightarrow V_s$ ，如图 4.2.5(b)所示。通常把这个过程叫做电源对电容器充电。充电过程中，电容器电压由零上升到稳定值 V_s 。

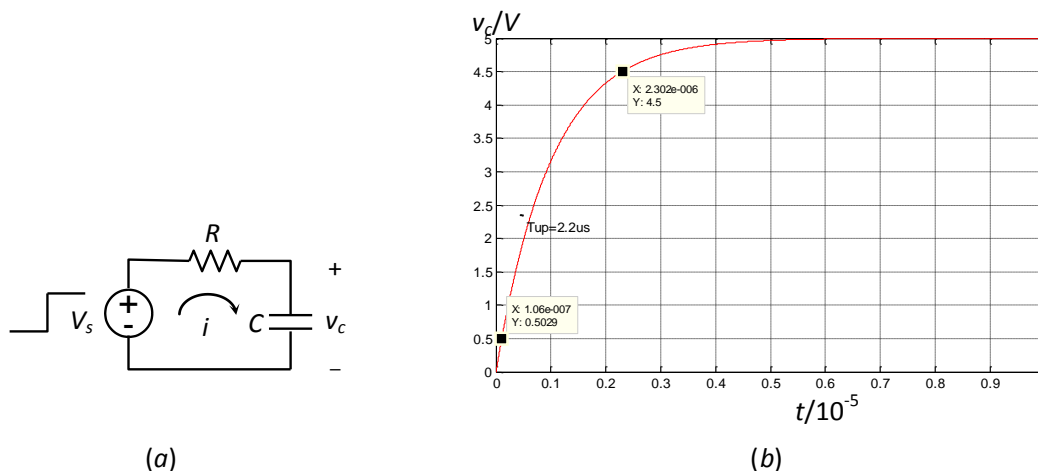


图 4.2.5 电容器充电

(a) 电路 (b) 充电曲线

由式(4.2.20)可得电容器电压达到一个特定值 $v_c(t_x) = V_x$ 所需时间 t_x 为：

$$t_x = \tau \ln \left(\frac{1}{1 - V_x / V_s} \right) \quad (4.2.22)$$

充电过程中电容器电压上升时间 t_{LH} 定义为输出 $v_c(t)$ 从 $0.1V_s$ 增大到 $0.9V_s$ 所需的时间。

可以用下式表示 t_{LH} ：

$$t_{LH} = t_{90\%} - t_{10\%}$$

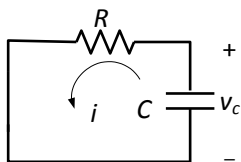
分别用相应的 t_x 代替 $t_{90\%}$ 和 $t_{10\%}$ ，得：

$$t_{LH} = \tau \ln \left(\frac{1}{1 - 0.9V_s / V_s} \right) - \tau \ln \left(\frac{1}{1 - 0.1V_s / V_s} \right) = \tau \ln[9] \approx 2.2\tau \quad (4.2.23)$$

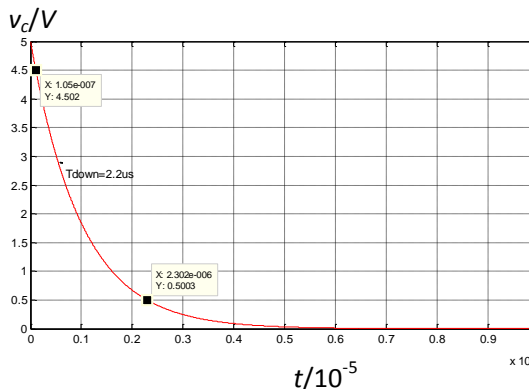
这表明上升时间取决于时间常数 τ ，即电容 C 和电阻 R 的值。

充电过程结束后，如果电源被短路，如图 4.2.6(a)所示，电容器初始电压为 V_s ，电路处于零输入状态，电容器上电压随时间变化由零输入响应决定，即

$$v_c(t) = v_{co} e^{-\frac{t}{RC}} = V_s e^{-\frac{t}{RC}} = V_s e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (4.2.24)$$



(a)



(b)

图 4.2.6 电容器放电

(a)电路 (b)放电曲线

由式(4.2.24)可见，当 $t=0$ ， $v_c = V_s$ ，当 $t = \tau$ ， $v_c = \frac{1}{e} V_s$ ，当 $t \rightarrow \infty$ ， $v_c \rightarrow 0$ ，如图 4.2.6(b)所示。通常把这个过程叫做电容器放电。放电过程中，电容器上电压由初始时刻 V_s 降到稳定值零。电压降到初始值 $1/e$ 的时间就是时间常数 τ 。

放电过程中电容器电压下降时间 t_{HL} 定义为输出 $v_c(t)$ 从 $0.9V_s$ 降低到 $0.1V_s$ 所需的时间。根据式(4.2.24)，可得下降时间为：

$$t_{HL} \approx 2.2\tau \quad (4.2.25)$$

8. 【第四章 章节 4.4.2】

代码见附录 8——【chpt4.4.2.m】代码

前面导出了电感、电容在后向欧拉近似下，表示后一时刻电压、电流与前一时刻电压、电流关系的电路模型，这就为我们列写由前一时刻电压、电流确定后一时刻电压、电流的电路方程提供了依据。

根据图 4.4.3 所示的在后向欧拉近似下关于电容 C 的诺顿等效电路模型，依照基尔霍夫电流定理，如设电容 C 从节点 k 连到节点 l ， v_k 、 v_l 为节点 k 、 l 对于公共节点的电位差，则对于电容 C 不难得到从前一时刻电压求后一时刻电压的电路方程模板，这就是式(4.4.14)。

$$\begin{array}{c} k \\ l \end{array} \begin{bmatrix} C/\Delta t & -C/\Delta t \\ -C/\Delta t & C/\Delta t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Cv(t)/\Delta t \\ -Cv(t)/\Delta t \end{bmatrix} \quad (4.4.14)$$

对于电感支路，设电感 L 从节点 k 连到节点 l ，流过的电流为 i_L ，则可方便写出节点 k 与节点 l 的 KCL 方程，但这样处理后增加了一个变量， i_L ，为此要增加一个约束方程，这个方程可根据图 4.4.5 所示的电感的戴维南电源模型得到，也就是式 (4.4.11)。这样我们就得到对于电感列写电路方程的模板

$$\begin{array}{c} k \\ l \\ n+1 \end{array} \begin{bmatrix} & & 1 \\ & -1 & \\ 1 & -1 & -\frac{L}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_k \\ v_l \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \\ \\ -\frac{L}{\Delta t} i(t) \end{bmatrix} \quad (4.4.15)$$

对于前面讨论过的如图 4.3.3 所示互感电路，为分析方便并将它重绘于图 4.4.6。利用后向欧拉近似，可以将式(4.3.8)、(4.3.9)写成

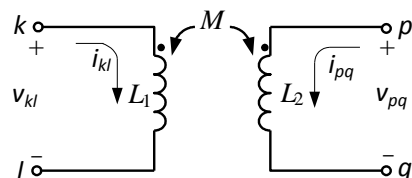


图 4.4.6 互感电路

$$i_{kl}(t + \Delta t) = i_{kl}(t) + \frac{L_2 \Delta t}{\delta} v_{kl}(t + \Delta t) - \frac{M \Delta t}{\delta} v_{pq}(t + \Delta t) \quad (4.4.16)$$

$$i_{pq}(t + \Delta t) = i_{pq}(t) - \frac{M \Delta t}{\delta} v_{kl}(t + \Delta t) + \frac{L_1 \Delta t}{\delta} v_{pq}(t + \Delta t) \quad (4.4.17)$$

9. 【第四章 例题 4.4.1】

代码见附录 9——【exmp4.4.1.m】代码

【例 4.4.1】图 4.4.9(a)表示 PCB-A 上的驱动器通过连接器与 PCB-B 上负载连接的。(b)则表示(a)的等效电路。PCB-A 上的驱动源用 v_i 的信号源表示, PCB-B 上的负载用电容 C_L 表示, $C_L = 1\text{pF}$, 连接器用 $R_x - L_x - C_x$ 模型等效。 R_x 包括接触电阻, 接触不好时, 电阻较大, 设 $R_x = 1.5\Omega$, $C_x = 2.5\text{pF}$, $L_x = 5\text{nH}$ 。PCB-A 上的微带线用两个级连的 R-L-C 网络等效, PCB-B 上的微带线长度只有 PCB-A 上微带线的一半, 故只用一级 R-L-C 网络等效。如设 $R = 2.0\Omega$, $L = 1.0\text{nH}$, $C = 3.0\text{pF}$ 。怎样根据微带线物理、结构参数确定 R-L-C 网络参数, 将在 4.4.3 讨论。试根据电容 C 与电感 L 瞬态情况下的等效电路模型, 以及式 (4.4.14)、(4.4.15) 给出的列写电路方程的矩阵模板, 列出从 t 时刻的电压、电流求 t+Δt 时刻的电压、电流的电路方程, 并用 Matlab 求解在阶跃电压驱动下, 负载上(即图(b)中 v_9) 的电压波形。

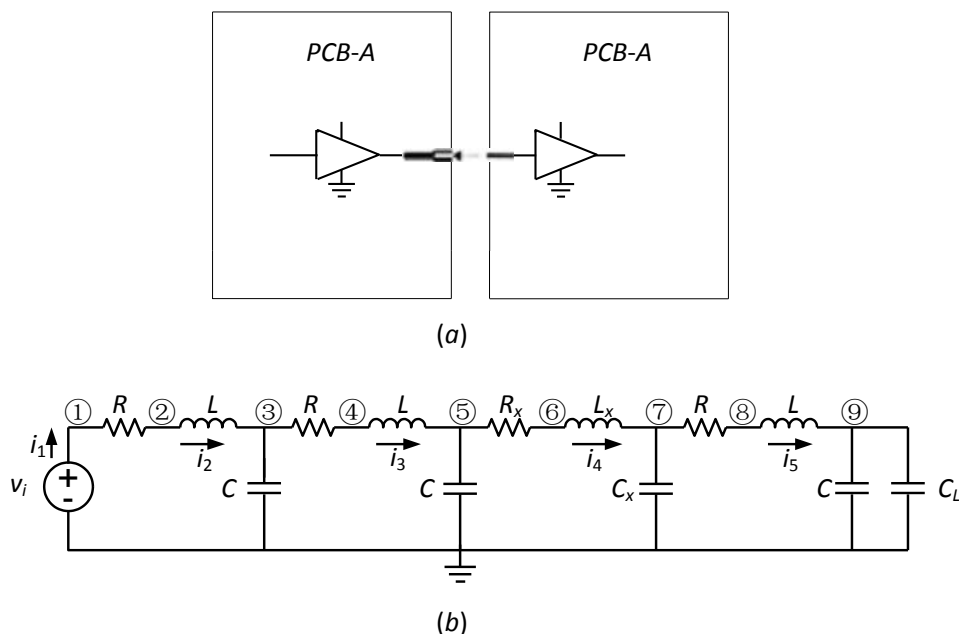


图 4.4.9 例 4.4.1 电路

解: 电路有 9 个节点, 有 9 个独立的电压变量, v_1 到 v_9 。为处理独立电压源与 4 个电感, 还要增加 5 个电流变量, i_1 到 i_5 , 分别表示流过电压源与电感支路的电流。根据修正节点电位分析 (MNA) 各元件列写电路方程的矩阵模板, 由前一时间电压、电流计算后一时间电压、电流的方程为

$$\begin{bmatrix}
 \frac{1}{R} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -\frac{1}{R} & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \frac{1}{R} + \frac{C}{\Delta t} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{1}{R} & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_x} + \frac{C}{\Delta t} & -\frac{1}{R_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R_x} & \frac{1}{R_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} + \frac{C_x}{\Delta t} & -\frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{R} & \frac{1}{R} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C+C_L}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t} & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L_x}{\Delta t} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 v_1 \\
 v_2 \\
 v_3 \\
 v_4 \\
 v_5 \\
 v_6 \\
 v_7 \\
 v_8 \\
 v_9 \\
 \dot{i}_1 \\
 \dot{i}_2 \\
 \dot{i}_3 \\
 \dot{i}_4 \\
 \dot{i}_5
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 \frac{C}{\Delta t} v_3(t) \\
 0 \\
 \frac{C}{\Delta t} v_5(t) \\
 0 \\
 \frac{C_x}{\Delta t} v_7(t) \\
 0 \\
 \frac{C+C_L}{\Delta t} v_9(t) \\
 v_i \\
 -\frac{L}{\Delta t} \dot{i}_2(t) \\
 -\frac{L}{\Delta t} \dot{i}_3(t) \\
 -\frac{L_x}{\Delta t} \dot{i}_4(t) \\
 -\frac{L}{\Delta t} \dot{i}_5(t)
 \end{bmatrix}$$

当 5V 阶跃电压作用于该电路，节点 9 的电压波形数值计算结果如图 4.4.10 所示。由图 4.4.10 可见，节点 9 的电压经多次振荡后才达到稳定值 5V。

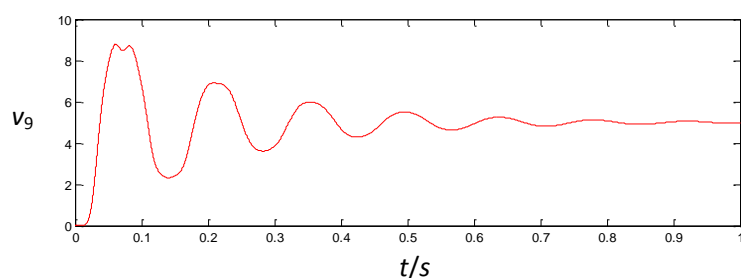


图 4.4.10 图 4.4.9(b)所示电路节点 8 电压波形

10. 【第四章 例题 4.4.2】

代码见附录 10——【exmp4.4.2.m】代码

【例 4.4.2】创建图 4.4.14(a)所示的 5 英寸(127mm)长的无损带状线等效电路模型, 有关结构尺寸及物理参数已标在图中, 单位为 mil (密尔, $1mil=25.4\mu m$), 脉冲上升时间 $5ns$ 。如设图 4.4.14(b)所示电路中阶跃电压源 $v_s=10 u(t)V$, $R_s=50\Omega$, $C_L=5pF$, 求解负载的响应。

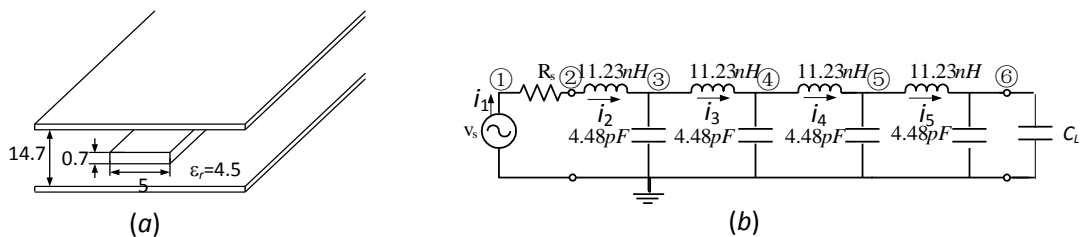


图 4.4.14 例 4.4.2 所示带线及其等效电路

解: 经有关理论计算,

$$Z_c = 50\Omega$$

$$T_d = 898ps$$

$$L_t = T_d Z_c = 898 \times 10^{-12} \times 50 = 44.9nH$$

$$C_t = \frac{T_d}{Z_0} = \frac{898 \times 10^{-12}}{50} = 17.9pF$$

$$n > 10 \frac{l}{T_x} = 10 \frac{0.127}{2.5 \times 10^{-9}} = 3.6$$

取 $n=4$, 每节电感、电容值为

$$\Delta L'_0 = \frac{L_t}{n} = \frac{44.9}{4} = 11.23nH$$

$$\Delta C'_0 = \frac{C_t}{n} = \frac{17.9}{4} = 4.48pF$$

如设图 4.4.15(b)所示电路中阶跃电压源 $v_s=10 u(t)V$, $R_s=50\Omega$, $C_L=5pF$, 按 MNA 列写电路方程

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{R_s} & -\frac{1}{R_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{R_s} & \frac{1}{R_s} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{C}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C+C_L}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{\Delta t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \\ i_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{C}{\Delta t} v_3(t) \\ \frac{C}{\Delta t} v_4(t) \\ \frac{C}{\Delta t} v_5(t) \\ \frac{(C+C_L)}{\Delta t} v_3(t) \\ v_s \\ -\frac{L}{\Delta t} i_2(t) \\ -\frac{L}{\Delta t} i_3(t) \\ -\frac{L}{\Delta t} i_4(t) \\ -\frac{L}{\Delta t} i_5(t) \end{bmatrix} \quad (4.4.35)$$

式中 $L=11.23nH$, $C=4.48pF$, 再将 v_s , R_s , C_L 等数值代入, 并用 *Matlab* 求解, 负载 C_L 上电压对输入阶跃电压的响应 $v_6 = v_o$ 示于图 4.4.15, 响应曲线上 $0.89ns$ 的点在图中也已标出。

由此可见, 输出电压相对于输入阶电压的时延与微带线 $0.89ns$ 时延相当, 但输出电压波形有一定失真。因为负载为电容, 在阶跃电压 $10u(t)V$ 作用下最后充电到 $10V$ 是可以预期的。

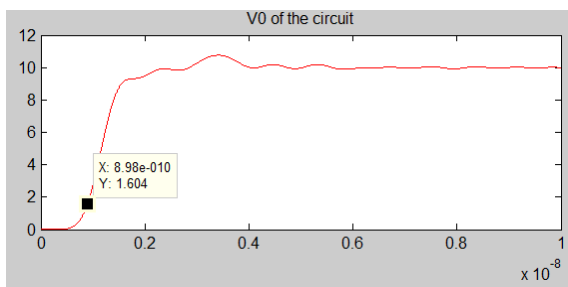


图 4.4.15

如果用 50Ω 电阻作负载, 此值等于传输线特征阻抗。同样在 $10u(t)V$ 阶跃电压作用下, 50Ω 负载上电压的瞬态响应如图 4.4.16 所示, 响应曲线上 $0.89ns$ 的点在图中也同时标出。时延更接近微带线 $0.89ns$ 的时延, 波形失真也小一些。稳态时, 50Ω 源内阻与 50Ω 负载电阻的分压作用, 输出电压为 $5V$ 是可以预期的。

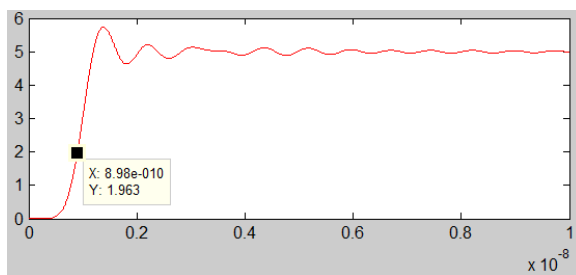


图 4.4.16

图 4.4.15 和 4.4.16 表明, 用级连的 $L-C$ 网络等效微带线模拟微带线的瞬态响应在工程上是可行的。

11. 【第四章 章节 4.5.1-3】

代码见附录 11——【chpt4.5.1_3.m】代码

(1)从直观法列写的电路方程到状态方程

用直观法列写图 4.5.1 所示电路的状态方程, 消去多余变量, 就可得到该电路的状态方程。

选 v_c 、 i_L 作为状态变量, 为使状态方程的左端为 $\frac{dv_c}{dt}$ 和 $\frac{di_L}{dt}$, 分别对接有电容的节点①列写 KCL 方程, 对含有电感 L 回路列写 KVL 方程, 得到

$$C \frac{dv_c}{dt} = i_L - i_1 \quad (4.5.7)$$

$$L \frac{di_L}{dt} = v_s - v_c - i_2 R_2 \quad (4.5.8)$$

式 (4.5.7)、(4.5.8) 的右边除了有输入变量 v_s 和状态变量 i_L 、 v_c 外, 还有二个非状态变量 i_1 、 i_2 , 要将它们消去, 即要用状态变量和输入量来表示 i_1 和 i_2 , 才能得到标准形式的状态方程。为此要用电容 C 和电阻 R_1 构成回路的 KVL 方程

$$v_c - i_1 R_1 = 0 \quad (4.5.9)$$

和节点②的 KCL 方程

$$i_2 = i_1 + C \frac{dv_c}{dt} \quad (4.5.10)$$

由此可得: $i_1 = \frac{v_c}{R_1}$

$$i_2 = i_L$$

将此 i_1 、 i_2 代入 (4.5.7)、(4.5.8) 得到

$$C \frac{dv_c}{dt} = i_L - \frac{v_c}{R_1}$$

$$L \frac{di_L}{dt} = v_s - v_c - i_L R_2$$

所以 $\frac{dv_c}{dt} = -\frac{v_c}{CR_1} + \frac{i_L}{C}$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{v_c}{L} - \frac{R_2}{L} i_L + \frac{v_s}{L}$$

写成矩阵形式则有

$$\begin{bmatrix} \frac{dv_c}{dt} \\ \frac{di_L}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{CR_1} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & -\frac{R_2}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v_s}{L} \end{bmatrix} \quad (4.5.11)$$

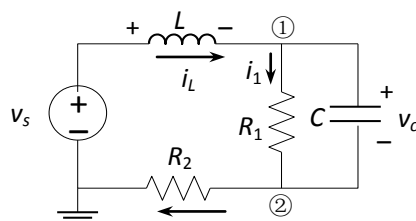


图 4.5.1

如果已知 v_c 、 i_L 在 t_0 时刻的初始值以及 $t \geq t_0$ 电路激励 v_s ，求解状态方程 (4.5.11) 即可得到状态变量 v_c 、 i_L 随时间变化的表达式，进一步求得电路中所有变量的变化情况。

若以电感电压 v_L 和电流 i_1 为输出量，则输出方程为

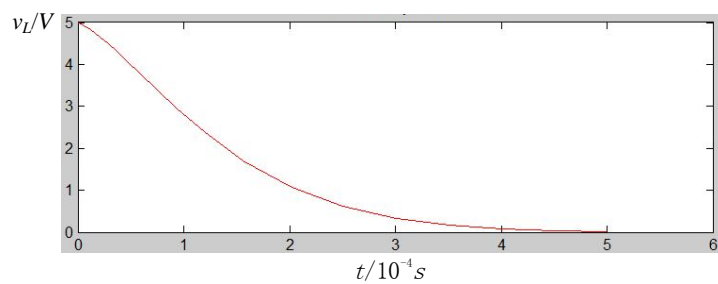
$$v_L = -v_c - i_L R_2 + v_s$$

$$i_1 = \frac{v_c}{R_1}$$

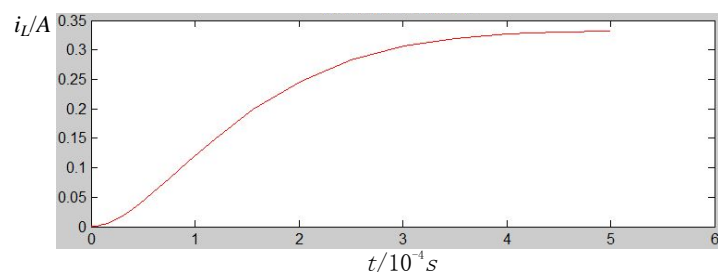
写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} v_L \\ i_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -R_2 \\ \frac{1}{R_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_s \quad (4.5.12)$$

如设图 4.5.1 所示电路中 $R_1=10\Omega$ ， $R_2=5\Omega$ ， $C=5\mu F$ ， $L=2mH$ ，电源 v_s 输出的是幅值为 $5V$ 阶跃电压。将这些数值代入式(4.5.11)，并利用 *Matlab* 中函数 *ode* 求解，其电感两端电压 $v_L(t)$ 以及流过电阻 R_2 的电流 $i_1(t)$ 随时间的变化如图 4.5.2 所示



(a)



(b)

图 4.5.2 图 4.5.1 所示电路 $v_L(t)$ ， $i_1(t)$ 随时间的变化

12. 【第四章 章节 4.6.2】

代码见附录 12——【chpt4.6.2.m】代码

LIM 法要求两独立节点间的支路一定要有电感，而节点与地之间一定要用电容，这就限制了它的适用范围。而基于 MNA 方法分析电路，适用范围广。能否将 LIM 法与 MNA 结合起来，建立电路方程基于 MNA，而对方程的求解基于时域差分，类似 LIM 中应用的方法。这就是下面要讨论的 LIM with MNA。

对于线性电路，前面已讨论过，基于 MNA 列写的电路方程如 (4.3.11) 所示，并重写如下：

$$\begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{E} \\ -\bar{E}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C} & 0 \\ 0 & \bar{L} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{i} \end{bmatrix} = \bar{u} \quad (4.6.15)$$

式 (4.6.15) 我们把它叫做 GCL 形式的方程，这种形式方程的缺点是对于每个独立电压源、电感，都要增加一个新的变量，以及相应的一个支路约束方程，使得所处理电路矩阵的维数越来越大，增加了基于矩阵运算的复杂度。此外 GCL 形式的电路方程，对角线上有零元素，解方程时要适当调换有关行与列，使主对角元素不为零，并尽可能大。

图 4.6.8 是 PCB 上作互连的微带线的等效电路模型，该电路有 8 个节点，有 8 个独立的电压变量， v_1 到 v_8 。按 MNA 列写电路方程，为处理独立电压源与 3 个电感，还要增加 4 个电流变量， i_1 到 i_4 ，分别表示流过电压源与电感支路的电流。根据修正节点电位分析 (MNA) 各元件列写电路方程的矩阵模板，电路方程为

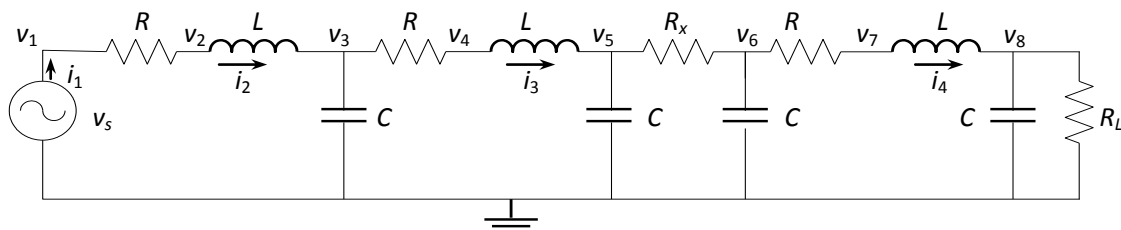


图 4.6.8 PCB 上作互连的微带线的等效电路模型
($R=0.00172\Omega$, $L=2.26nH$, $C=0.0091pF$, $R_L=50\Omega$, $R_x=17.2\Omega$)

$$\begin{bmatrix} G & -G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -G & G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G & -G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -G & G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_x & -G_x & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -G_x & G_x + G & -G & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -G & G & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_L & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \\ i_1 \\ i_2 \\ i_3 \\ i_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_s \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6.16)$$

式中 $G = \frac{1}{R}$, $G_x = \frac{1}{R_x}$, $G_L = \frac{1}{R_L}$ 。

对于图 4.6.1、4.6.4、4.6.8 这类电路，把串联的 RL 当作一条支路，节点数可大为减少。例如对于图 4.6.8 所示的电路，如果把串联的 RL 当作一条支路，则只有 4 个节点，如图 4.6.9 所示。

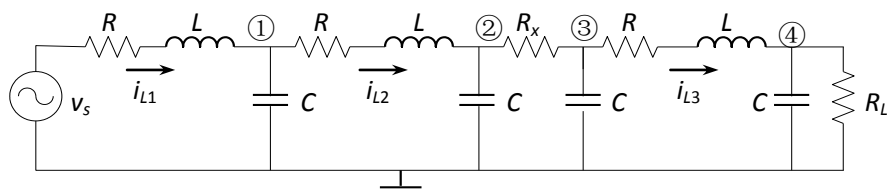


图 4.6.9 RLCG 电路

含电感的支路引入新的变量 i_L ，相应的约束方程为

$$v_i - v_j = L_{ij} \frac{di_{L,ij}}{dt} + R_{ij} i_{ij} + E_{ij} \quad (4.6.17)$$

对于图 4.6.9 所示 RLCG 电路，电路方程为

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_x} & -\frac{1}{R_x} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_x} & \frac{1}{R_x} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_L} & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & R & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ i_{L1} \\ i_{L2} \\ i_{L3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ v_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.6.18)$$

其一般形式为

$$\begin{bmatrix} \bar{G} & \bar{E} \\ -\bar{E}^T & \bar{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{C} & 0 \\ 0 & \bar{L} \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{v} \\ \bar{i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix} \quad (4.6.19)$$

子矩阵

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_x} & -\frac{1}{R_x} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_x} & \frac{1}{R_x} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_L} \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C \end{bmatrix} \quad (4.6.20)$$

$$\bar{E} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \bar{L} = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix}, \quad \bar{R} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

$$\bar{u}_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 0], \quad \bar{u}_2 = [v_s \ 0 \ 0]$$

注意 RLCG 形式的方程， \bar{L} 、 \bar{C} 、 \bar{R} 、都是对角矩阵。对于式 (4.6.19) 形式的电路方程，

微分用差分近似，其离散形式的方程为

$$\bar{\bar{L}} \frac{\bar{i}_{n+1} - \bar{i}_n}{\Delta t} = -\bar{\bar{R}} \bar{i}_n + \bar{\bar{E}}^T \bar{v}_{n+1/2} + \bar{u}_{n+1/2} \quad (4.6.21a)$$

$$\bar{\bar{C}} \frac{\bar{v}_{n+1/2} - \bar{v}_{n-1/2}}{\Delta t} = -\bar{\bar{G}} \bar{v}_{n+1/2} - \bar{\bar{E}} \bar{i}_n + \bar{u}_{1,n} \quad (4.6.21b)$$

并可改写成：

$$\bar{i}_{n+1} = \bar{i}_n + \Delta t \bar{\bar{L}}^{-1} \left\{ -\bar{\bar{R}} \bar{i}_n + \bar{\bar{E}}^T \bar{v}_{n+1/2} + \bar{u}_{2,n+1/2} \right\} \quad (4.6.22a)$$

$$\bar{v}_{n+1/2} = \left(\frac{\bar{\bar{C}}}{\Delta t} + \bar{\bar{G}} \right)^{-1} \left(\frac{1}{\Delta t} \bar{\bar{C}} \bar{v}_{n-1/2} - \bar{\bar{E}} \bar{i}_n + \bar{u}_{1,n} \right) \quad (4.6.22b)$$

式 (4.6.22) 就表示可以从前一时刻电压、电流计算后一时刻电压电流。

因为按 MNA 方法列写电路方程, 如果独立节点间支路没有电感, 如图 4.6.9 所示的 R_x 支路, 可以在子矩阵 G 中方便表示。而对于图 4.6.10 所示独立节点与地没有电容的情况, 也可方便处理。

根据图 4.6.10 所示的电路, v_i 、 v_j 与 i_1 、 i_2 关系可表示为

$$v_i - v_j = \left(R + \frac{1}{G} \right) i_1 - \frac{1}{G} i_2 + L \frac{di_1}{dt} - \frac{1}{G} i_1 + \left(R + \frac{1}{G} \right) i_2 + L \frac{di_2}{dt}$$

或

$$v_i - v_j = \bar{\bar{R}} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} + \bar{\bar{L}} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (4.6.23)$$

式中

$$\bar{\bar{R}} = \begin{bmatrix} R + \frac{1}{G} & -\frac{1}{G} \\ -\frac{1}{G} & R + \frac{1}{G} \end{bmatrix} \quad (4.6.24a)$$

$$\bar{\bar{L}} = \begin{bmatrix} L & 0 \\ 0 & L \end{bmatrix} \quad (4.6.24b)$$

因此图 4.6.10 所示与地没有电容的节点的电路, 可用式 (4.6.24a、b) 表示的 R 、 L 串联电路表示。

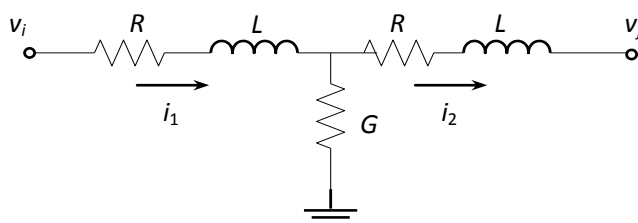


图 4.6.10 没有电容的节点

对图 4.6.8 或图 4.6.9 所示电路, 按 GCL 形式的电路方程基于矩阵运算, 它的数值计算结果, 如图 4.6.11 中的点线所示, 而用 LIM 法、LIM with MNA 法计算计算的结果也示于图 4.6.11 中。由计算结果可见, LIM with MNA 与基于矩阵运算的 MNA 方程结果非常接近, 而 LIM 误差大一些, 主要是由于支路 R_x 插入小电感引起的。

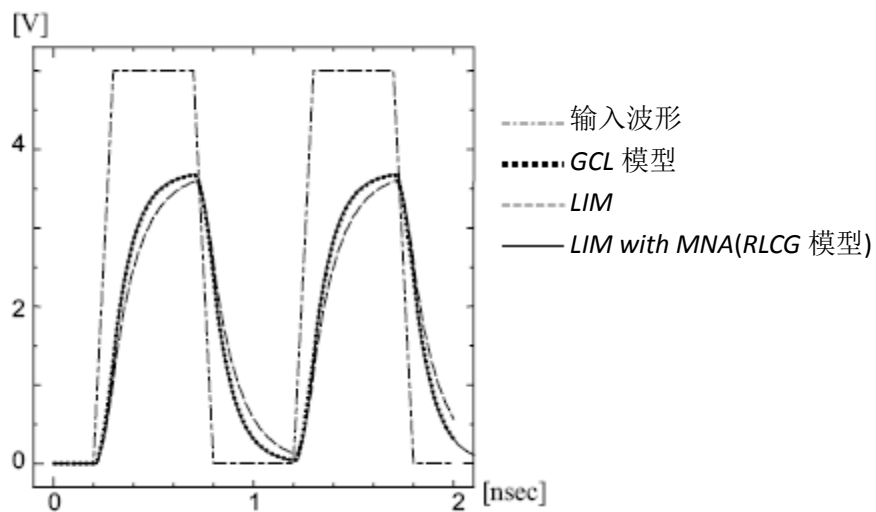


图 4.6.11 图 4.6.8 电路仿真结果比较

13. 【第四章 章节 4.7.3 图 4.7.11】

代码见附录 13——【chpt4.7.3.m】代码

从前面讨论可知,对于开关电容电路,可控模拟开关十分重要,它可以用场效应管实现。因为场效应管的导通与否受栅极电压控制。场效应管导通时,若忽略沟道电阻,则输出电压等于输入电压,而当场效应管截止时,输出电压为零,故场效应管可等效为一个三端可控开关,栅极是控制端。这里要注意,场效应管组成模拟开关时,场效应管要工作在非饱和区,因为非饱和区的沟道电阻小。

图 4.7.4(b)所示开关电容积分电路,晶体管用开关表示时,其电路可简化到图 4.7.11(a)所示电路。图 4.7.11(b)则是其等效电路。根据 4.3 关于积分电路的分析,其输出电压为式 (4.3.19) 表示。由式 (4.3.19) 可得出 $v_o = v_4 = -\alpha v_3$ 。这样,图 4.7.11(a)所示电路可简化到(b)。

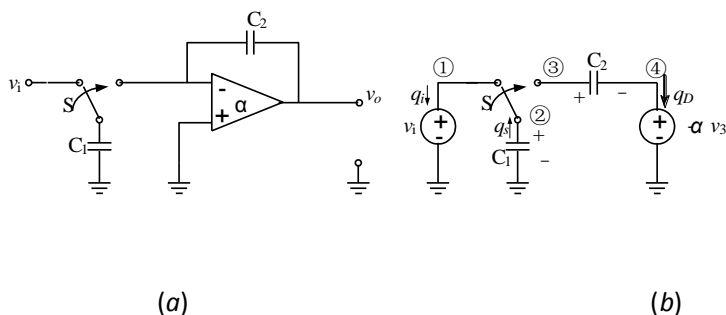


图 4.7.11 开关电容积分器
(a)电路 (b)等效电路

根据图 4.7.11(b)所示等效电路,并利用图 4.7.10(b)所示的单刀双掷开关列写电路方程的矩阵模板,电路方程为

$$\begin{bmatrix}
 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -\phi \\
 0 & C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & C_2 & -C_2 & 0 & 0 & -\bar{\phi} \\
 0 & 0 & -C_2 & C_2 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & \alpha & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 -\phi & 1 & -\bar{\phi} & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 v_1^{(k)} \\
 v_2^{(k)} \\
 v_3^{(k)} \\
 v_4^{(k)} \\
 q_i^{(k)} \\
 q_D^{(k)} \\
 q_s^{(k)}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 C_1 v_2^{(k-1)} \\
 C_2 (v_3^{(k-1)} - v_4^{(k-1)}) \\
 C_2 (v_4^{(k-1)} - v_3^{(k-1)}) \\
 v_i \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}
 \quad (4.7.28)$$

如果时钟波形及输入波形分别如图 4.7.12(a)、(b)所示,则通过数值求解式(4.7.28),图 4.7.11 或图 4.7.4(b)所示的开关电容积分器输出波形示于图 4.7.12(c)。

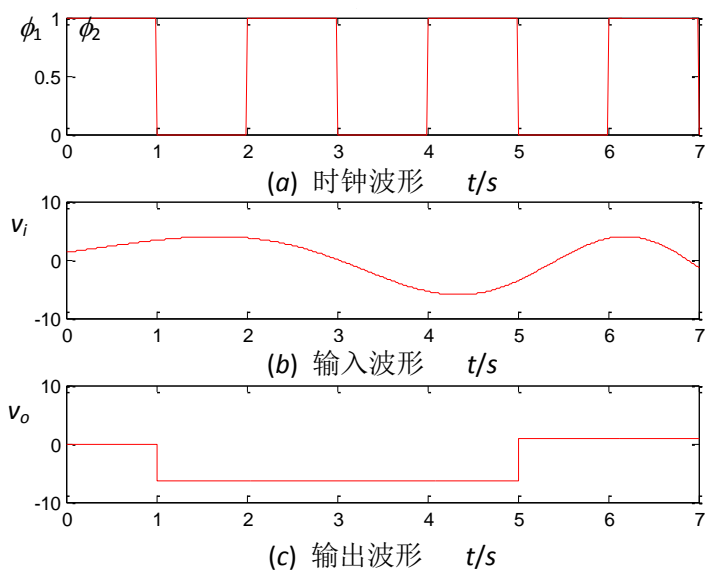


图 4.7.12 图 4.7.4 所示开关电容有源滤波电路的输入输出波形
(a)时钟波形 (b)输入波形 (c)输出波形

14. 【第四章 章节 4.8.2-5】

代码见附录 14——【chpt4.8.2_5.m】代码

CMOS 反相器输出电压波形

下面分析一下反相器输出电压的波形。由于互补的两个 MOSFET，在栅极控制下，一个导通，另一个一定截止，反之亦然，因此反相器两个作互补开关的 MOSFET 也可用单刀双掷开关表示，反相器的等效电路如图 4.8.12 所示。图中 R_n 、 R_p 表示 NMOS、PMOS 两晶体管正向导通电阻。

参考图 4.7.10 所示的单刀双掷开关列写电路方程的矩阵模板，按 MNA 列写的电路方程为

$$\begin{bmatrix} \frac{\Delta}{R_p} & -\frac{\Delta}{R_p} & 0 & 0 & -1 & 0 \\ -\frac{\Delta}{R_p} & \frac{\Delta}{R_p} & 0 & 0 & 0 & -\phi^k \\ 0 & 0 & \frac{\Delta}{R_n} & 0 & 0 & -\bar{\phi}^k \\ 0 & 0 & 0 & C & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\phi^k & -\bar{\phi}^k & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1^k \\ v_2^k \\ v_3^k \\ v_4^k \\ q_I^k \\ q_s^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ C v_4^{k-1} \\ V_{DD} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.8.30)$$

设 $R_p = 414\Omega$,
 $R_n = 166\Omega$, $C = 150fF$,
 $V_{DD} = 3.3V$,
 $\Delta = 0.1 \times (R_p + R_n) \times C$, 用
Matlab 求解式(4.8.30), 其输出电压 $v_c = v_4$ 与时间关系如图 4.8.13 所示。与输入波形相比, 一是有时延, 二是波形有一定失真。

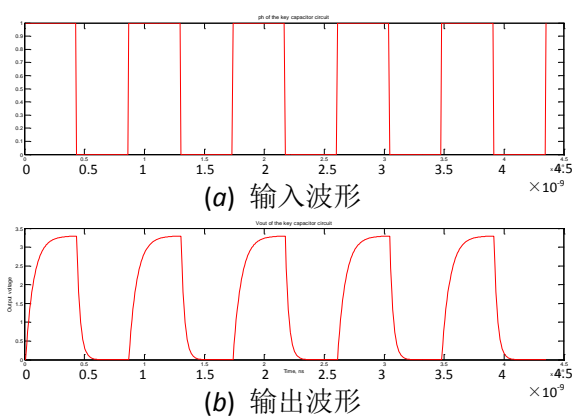


图 4.8.13 反相器输出电压波形

15. 【第五章 章节 5.4.3】

代码见附录 15——【chpt5.4.3.m】代码

下面以图 5.4.4 所示的共源极接法的 N 沟道增强型 MOS 放大器为例, 说明场效应晶体管放大器的一般分析方法与步骤。

先说明一下图 5.4.4 所示电路中各元件的作用。 V_{DD} 是供电电压。 v_s 是信号源, R_s 表示信号源内阻。电容 C_1 、 C_2 足够大, 对于交流呈短路。

交变信号 v_s 通过 C_1 耦合到栅极, 输出信号经过 C_2 耦合到负载 R_L 上。所以 C_1 、 C_2 叫做耦合电容。 v_0 是负载 R_L 上电压降, 就是输出到负载上的信号电压。对于直流来说, C_1 、 C_2 相当于开路, 所以 C_1 、 C_2 也称为隔直电容。 C_3 通常叫做旁路电容, “旁路”是对电阻 R_1 而言。电容 C_3 也足够大, 对于交流, 源极可视为接地。故对于交变信号, 输入端和输出端的公共端是源极。因此在图 5.4.4 所示的电路中, NMOS 是共源极连接的。栅极的直流工作电压主要由偏置电阻 R_{G1} 、 R_{G2} 确定。 R_D 起到限制漏极电流的作用。 R_{G1} 、 R_{G2} 和 R_D 、 R_s 阻值的选择, 要使 NMOS 工作于饱和模式, 即要求 $v_{DS} > (v_{GS} - V_{TN})$ 。

图 5.4.4 所示电路的有关参数为: $V_{DD} = 10V$, $R_{G1} = 234k\Omega$, $R_{G2} = 166k\Omega$, $R_D = 4k\Omega$, $R_1 = 0.5k\Omega$, $R_L = 20k\Omega$, $R_s = 10k\Omega$, $C_1 = C_2 = C_3 = 10\mu F$ 。晶体管特征参数是, $K_n = 0.5mA/V^2$, $V_{TN} = 2V$, $C_{gd} = 0.1pF$, $C_{gs} = 1pF$, $\lambda = 0.01$ 或 $V_A = 100V$ 。

放大器分析的具体步骤如下:

1. 确定直流偏置点参数

对于直流, 电容器支路相当于开路, 故确定直流偏置的电路简化为图 5.4.5。

根据图 5.4.5 所示的电路, 因为栅极不支取电流, 即 $I_G = 0$, $I_D = I_S$ 。栅极对地电压 V_G 为

$$V_{GQ} = \frac{R_{G2}}{R_{G1} + R_{G2}} V_{DD} \quad (5.4.6)$$

将电路的有关参数 $R_{G1} = 234k\Omega$, $R_{G2} = 166k\Omega$, $V_{DD} = 10V$ 代入上式, 得到

$$V_{GQ} = \frac{166}{166 + 234} \times 10 = 4.15V$$

对于图 5.4.5 所示栅-源回路用 KVL, 可得

$$V_{GQ} = V_{GSQ} + I_{DQ} R_1$$

将 $V_{GQ} = 4.15V$, $R_1 = 0.5k\Omega$ 代入上式, 得到

$$I_{DQ} = 2 \times 10^{-3} (4.15 - V_{GSQ}) \quad (5.4.7)$$

如果放大器工作在饱和区, 漏极电流 I_D 可表示为

$$I_{DQ} = K_n (V_{GSQ} - V_{TN})^2$$

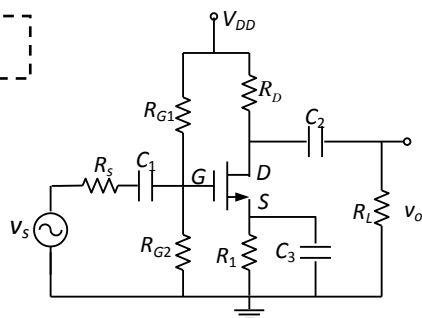


图 5.4.4 N 沟道增强型 MOSFET 作有源器件的共源极放大器电路

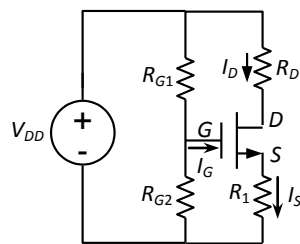


图 5.4.5 直流情况下图 5.4.4 的简化电路

将 $K_n = 0.5\text{mA/V}^2$, $V_{TN} = 2\text{V}$ 代入上式, 得到

$$I_{DQ} = 0.5 \times 10^{-3} (V_{GSQ} - 2)^2 \quad (5.4.8)$$

将式 (5.4.8) 代入 (5.4.7) 得到

$$V_{GSQ} = \pm 3.55\text{V}$$

由于一开始假定晶体管导通, V_{GSQ} 要大于 V_{TN} , 故上式表示的两个解, 只能取 $+3.55\text{V}$ 的解, 所以

$$V_{GSQ} = 3.55\text{V}$$

将计算得到的 $V_{GSQ} = 3.55\text{V}$ 代入 (5.4.7) 得到

$$I_{DQ} = 1.2\text{mA}$$

而 V_{DSQ} 为

$$V_{DSQ} = V_{DD} - I_{DQ}(R_D + R_1) \quad (5.4.9)$$

将 $V_{DD} = 10\text{V}$, $R_D = 4\text{k}\Omega$, $R_1 = 0.5\text{k}\Omega$, $I_{DQ} = 1.2\text{mA}$ 代入上式, 得到

$$V_{DSQ} = 10 - 1.2 \times 4.5 = 4.6\text{V}$$

满足饱和区 $V_{DSQ} > (V_{GSQ} - V_{TN})$ 的条件。

2. 确定小信号条件下, 晶体管交流等效电路参数

高频应用时, 结电容 C_{gd} 、 C_{gs} 不能忽略, NMOS 的等效电路模型如图 5.4.6 所示, 其中跨导 g_m 、 r_{ds} 按下式计算

$$g_m = 2\sqrt{I_{DQ}K_n} = 2\sqrt{1.2 \times 0.5} = 1.55\text{mA/V} \quad (5.4.10)$$

$$r_{ds} = \frac{V_A}{I_{DQ}} = \frac{100}{1.2 \times 10^{-3}} = 83.3\text{k}\Omega \quad (5.4.11)$$

结电容 C_{gd} 、 C_{gs} 已作为初始参数给出

$$C_{gd} = 0.1\text{pF}$$

$$C_{gs} = 1\text{pF}$$

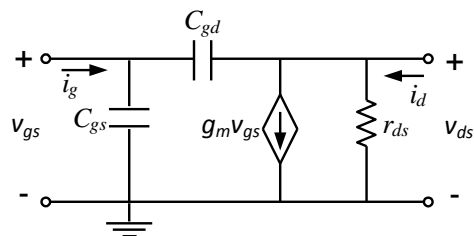


图 5.4.6 NMOS 高频交流小信号等效电路

3. 确定 NMOSFET 放大器交流小信号电路模型

将图 5.4.6 所示的 NMOS 等效电路模型替代图 5.4.4 所示电路中的晶体管, 就得到图 5.4.7 所示放大器的交流小信号电路模型。

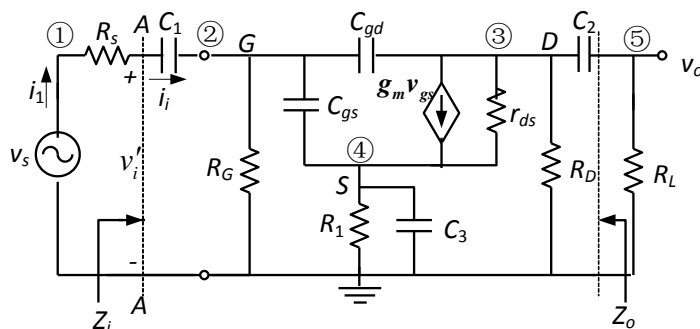


图 5.4.7 图 5.4.4 所示放大器的小信号电路模型

对于交流，直流电源可以认为短路，因而两个偏置电阻 R_{G1} 、 R_{G2} 是并联关系，用 R_G 表示

$$R_G = \frac{R_{G1}R_{G2}}{R_{G1} + R_{G2}} = \frac{166 \times 234}{400} = 97.1 \text{ k}\Omega \quad (5.4.12)$$

根据复频域中的电路定理，电路零状态条件下，可以将图 5.4.7 所示放大器的小信号电路模型转换为 s 域中的电路，如图 5.4.8 所示。

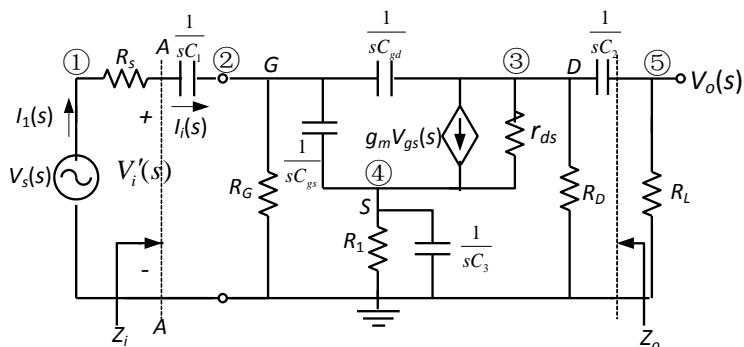


图 5.4.8 图 5.4.4 所示放大器 s 域的运算电路模型

按照图 5.4.8 所示 s 域中的电路模型，栅-源电压 $V_{gs}(s)$

$$V_{gs}(s) = V_2(s) - V_4(s)$$

4. 按 MNA 列写电路方程并用数值方法求解得出增益与输入、输出阻抗

按照图 5.4.8 所示电路模型，该电路有 5 个独立节点，节点①与②之间的支路用运算阻抗 Z_i 表示，节点④与地之间的支路可用运算导纳 Y_s 表示，它们分别为

$$Z_s = R_s + \frac{1}{sC_1} \quad (5.4.13)$$

$$Y_1 = \frac{1}{R_1} + sC_3 \quad (5.4.14)$$

因为节点①与地之间的支路为独立电压源，列写电路方程时除了 5 个独立节点电压 $V_1(s)$ 、 $V_2(s)$ 、 $V_3(s)$ 、 $V_4(s)$ 与 $V_5(s)$ 外，还要增加一个流经独立电压源的电流变量 $I_1(s)$ ，共有 6 个变量。按 MNA 列写的电路方程为

$$\begin{bmatrix} Y_s & -Y_s & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -Y_s & Y_s + G_G + s(C_{gs} + C_{gd}) & -sC_{gd} & -sC_{gs} & 0 & 0 \\ 0 & g_m - sC_{gd} & G_D + g_{ds} + s(C_{gd} + C_2) & -g_m - g_{ds} & -sC_2 & 0 \\ 0 & -g_m - sC_{gs} & -g_{ds} & g_{ds} + G_1 + g_m + s(C_{gs} + C_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -sC_2 & 0 & G_L + sC_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \\ V_3(s) \\ V_4(s) \\ V_5(s) \\ I_1(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_s(s) \end{bmatrix} \quad (5.4.15)$$

式中 $G_G = \frac{1}{R_G}$ ， $Y_s = \frac{1}{Z_s}$ ， $G_D = \frac{1}{R_D}$ ， $g_{ds} = \frac{1}{r_{ds}}$ ， $G_L = \frac{1}{R_L}$ ， $G_1 = \frac{1}{R_1}$ 。

节点①的电压 $V_1(s)$ 即输入电压 $V_s(s)$ ，节点⑤的电压 $V_5(s)$ 即输出电压 $V_o(s)$ ，按式(5.4.1b)的定义，放大器增益 $V_o(s)$ 与 $V_s(s)$ 之比，就是

$$G_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{V_5(s)}{V_1(s)} \quad (5.4.16)$$

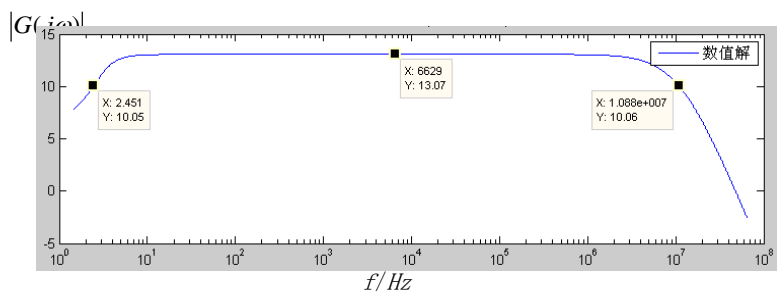
令 $s=j\omega$ ，就得到放大器增益频率特性

$$G_v(j\omega) = \left. \frac{V_o(s)}{V_s(s)} \right|_{s=j\omega} = \left. \frac{V_5(s)}{V_1(s)} \right|_{s=j\omega} \quad (5.4.17)$$

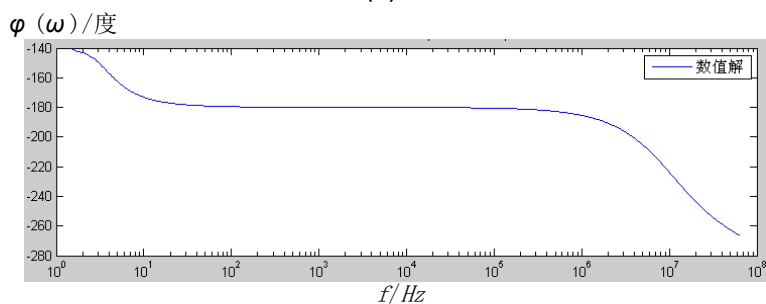
将图 5.4.4 所示电路设定的参数及后来计算的参数，如 g_m 、 r_{ds} 等代入式(5.4.15)，并用 *Matlab* 工具进行数值求解，可得到放大器的频率响应。

放大器的频率响应，频率变化范围一般达到多个数量级，故幅频特性、相频特性的图解表示，横坐标频率轴一般取对数坐标。增益幅度的变化范围从几到几万，故复频特性的图解表示，其纵坐标一般用分贝(*dB*)表示。如果用平方律检波器检测输出信号，其检波输出正比于电压的平方，即与功率成正比，故幅频特性常表示成功率增益与频率关系，即 $20\lg|G_v(j\omega)| \sim \omega$ (对数坐标)的形式。本书以后非特别说明，放大器增益一般指功率增益。为书写方便，功率增益常用不带下标的 *G* 表示。

图 5.4.4 或图 5.4.7 所示放大器电路的增益的幅频特性、相频特性分别示于图 5.4.9(a)和 (b)。由 5.4.9(a)可见，在中频区， $G(j\omega)$ 的幅度和相位基本不随频率变化，增益为 13.07dB ，低频端，增益跌落 3dB 的点 $f_L = 10.05\text{Hz}$ ，高频端增益降低 3dB 的点 $f_H = 10.88\text{MHz}$ ，所以放大器带宽为 $\Delta f = f_H - f_L \approx f_H = 10.88\text{MHz}$ 。中频区相频特性曲线表明，输出电压与输入电压有 180° 相信差，高频端、低频端相位随频率变化较敏感。



(a)



(b)

图 5.4.9 图 5.4.7 所示放大器电路的频率响应

(a)幅频特性 (b)相频特性

从放大器输入端口看进去的阻抗定义为放大器的输入阻抗 Z_i ，其实部就是输入电阻。输入阻抗定义时，电流的正方向以流进输入端口的电流定义。因为输入电阻不包括信号源内阻 R_s ，根据图 5.4.7，输入阻抗是从 AA 面向负载方向看进去的阻抗，故 Z_i 为

$$Z_i = \left. \frac{V_i'(s)}{I_i(s)} \right|_{s=j\omega} = \frac{V_i'(j\omega)}{I_i(j\omega)} \quad (5.4.18)$$

$V_i'(s)$ 、 $I_i(s)$ 为图 5.4.7 中 $v_i'(t)$ 、 $i_i(t)$ 的拉氏变换。 $V_i'(s) = V_1(s) - I_1(s)R_i$ ， $I_i(s) = I_1(s)$ 。用 *Matlab* 解方程(5.4.17)，得出 Z_i ，可求得频带内输入电阻 $\text{Re}(Z_i) \sim f$ 的关系曲线，如图 5.4.10 所示。由此曲线可知，频带中心部分，比如 $f=100\text{kHz}$ 时，输入阻抗的实部 $\text{Re}(Z_i) = 96190\Omega$

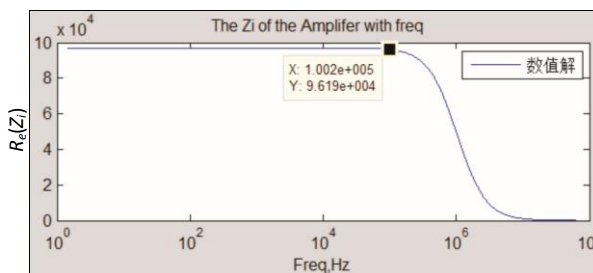


图 5.4.10 图 5.4.7 所示放大器电路的输入电阻频率响应

放大器的输出阻抗 Z_o 实际上就是从输出端口看进去的戴维南阻抗 Z_{Th} 。因此求输出阻抗时先将负载 R_L 去掉，同时将独立电压源短路，独立电流源开路，并在输出端口接上测试用的独立电压源 v_x 。这样对于图 5.4.7 所示的放大器电路，求输出阻抗的电路就如图 5.4.11 所示。 s 域中 $V_x(s)$ 与 $I_x(s)$ 之比就是输出阻抗。 $V_x(s)$ 与 $I_x(s)$ 分别为图中 v_x 与 i_x 的拉氏变换。

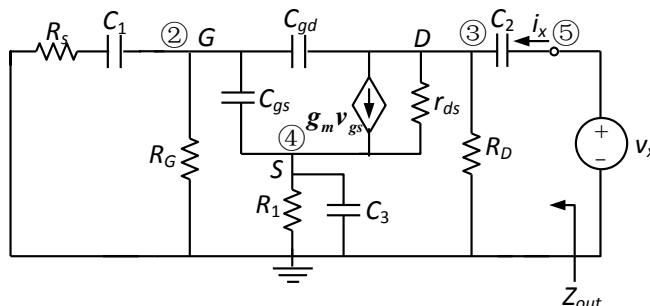


图 5.4.11 图 5.4.7 所示电路计算输出阻抗的等效电路

同样根据复频域中的电路定理，电路零状态条件下，可以将图 5.4.11 所示电路模型转换为 s 域中的运算电路。这只要将电容 C 转换为 $1/sC$ ，时域中变量电压 $v(t)$ 、 $i(t)$ 变换为 s 域中的 $V(s)$ 、 $I(s)$ 即可。为节省篇幅，相应的运算电路不再画出，而直接根据图 5.4.11 按 *MNA* 列写 s 域中的电路方程

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{Z_s} + \frac{1}{R_G} + s(C_{gs} + C_{gd}) & -sC_{gd} & -sC_{gs} & 0 & 0 \\ -sC_{gd} + g_m & \frac{1}{r_{ds}} + \frac{1}{R_D} + s(C_{gd} + C_2) & -\frac{1}{r_{ds}} - g_m & -sC_2 & 0 \\ -sC_{gs} - g_m & -\frac{1}{r_{ds}} & \frac{1}{R_1} + \frac{1}{r_{ds}} + g_m + s(C_{gs} + C_3) & 0 & 0 \\ 0 & -sC_2 & 0 & 0 & sC_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ V_3(s) \\ V_4(s) \\ V_5(s) \\ I_x(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_x(s) \end{bmatrix}$$

式中 $Z_s = R_s + 1/(sC_1)$ 。用 *Matlab* 求解式(5.4.19), 可求出 $V_x(s)$ 、 $I_x(s)$, 并由此求出输出阻抗 Z_o

$$Z_o = \frac{V_x(s)}{I_x(s)} \Big|_{s=j\omega} = \frac{V_x(j\omega)}{I_x(j\omega)} \quad (5.4.20)$$

图 5.4.12 就是频带内输出电阻 $\text{Re}(Z_o) \sim \omega$ 关系曲线。由此曲线可知, 频带中心部分, 比如 $f=100\text{kHz}$ 时, 输出阻抗的实部 $\text{Re}(Z_o) = 3817\Omega$

数值分析的优点是可以处理大型复杂的电路, 但不能直接得到电路各元件参数对电路性能影响的显式表示。

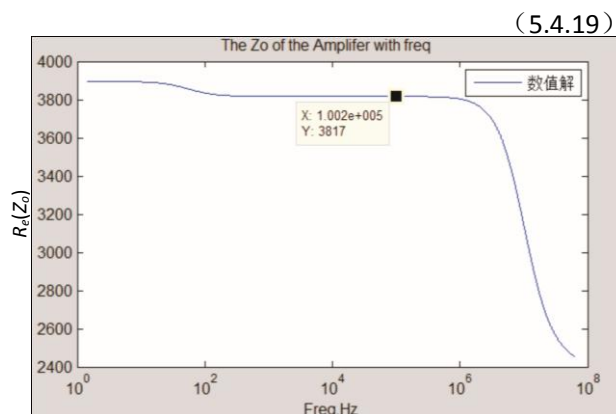


图 5.4.12 图 5.4.7 所示放大器电路输出电阻的频率特性

16. 【第五章 章节 5.5.1】

代码见附录 16——【chpt5.5.1.m】代码

单级 *NPN* 双极晶体管共射极放大器的数值分析

图 5.5.1 所示的就是共发射极接法的 *NPN* 晶体管放大器电路。 V_{CC} 是电压源。电容 C_1 、 C_2 足够大，对于交流呈短路。交变信号 V_i 通过 C_1 耦合到基极，输出信号 V_o 经过 C_2 耦合到负载 R_L 上。所以 C_1 、 C_2 叫做耦合电容。对于直流来说， C_1 、 C_2 相当于开路，所以 C_1 、 C_2 也称为隔直电容。 C_E 通常叫做旁路电容，“旁路”是对电阻 R_E 而言。电容 C_E 也足够大，对于交流，发射极可视为接地。故对于交变信号，输入端和输出端的公共端是发射极。因此在图 5.5.1 所示的电路中，放大器是共发射极连接的。基极的直流工作电压主要由偏置电阻 R_{B1} 、 R_{B2} 确定。 R_{B1} 、 R_{B2} 阻值的确定，要使晶体管工作于放大模式，即发射结正偏置，集电结反偏置。 R_C 通常叫做限流电阻。 R_{B1} 、 R_{B2} 和 R_C 、 R_E 阻值的适当选择，可使晶体管的直流工作点几乎与晶体管的参数无关，而只与 R_{B1} 、 R_{B2} 、 R_E 和 V_{CC} 有关。

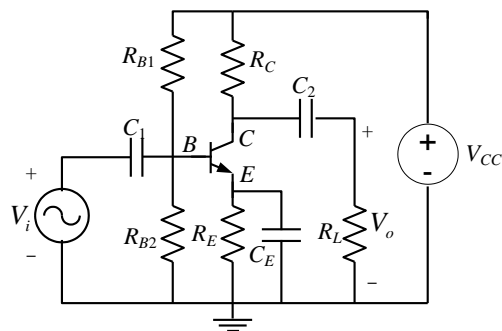


图 5.5.1 共发射极放大器电路

放大器分析的具体步骤如下：

1. 确定晶体管的直流工作点

确定晶体管的直流工作点首先要画出晶体管的直流偏置电路。对于直流，包含电容 C 的支路相当于开路。因此对于图 5.5.1 所示的放大器电路，将电容支路开路后，就得到如图 5.5.2(a) 所示的分压式直流偏置的电路，并进一步简化到图 5.5.2(b) 所示的单一基极电阻偏置电路。通过此电路可以确定直流偏置点 Q 的偏置电流 I_{EQ} 、 I_{CQ} 、 I_{BQ} ，以及偏置电压 V_{CEQ} 、 V_{BEQ} 。

如设晶体管电流放大系数 $\beta = 50$ ， $V_{BE(on)} \approx 0.7V$ ， $R_{B1} = 60k\Omega$ ， $R_{B2} = 20k\Omega$ ， $R_C = 3k\Omega$ ， $R_E = 2k\Omega$ ， $V_{CC} = 18V$ ，则根据戴维南变换有关公式得到

$$R_{TH} = \frac{R_{B1}R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} = \frac{20 \times 60}{20 + 60} = 15k\Omega,$$

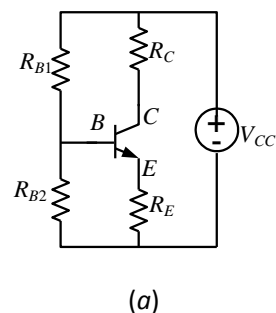
$$V_{TH} = \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} V_{CC} = \frac{20}{20 + 60} \times 18 = 4.5V$$

由此可进一步计算

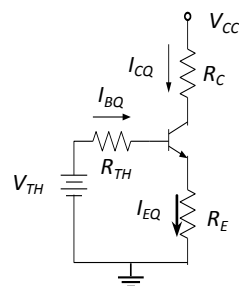
$$I_{BQ} = \frac{V_{TH} - V_{BE(on)}}{R_{TH} + (1 + \beta)R_E} = \frac{4.5 - 0.7}{15 + (1 + 50) \times 2} \approx 0.0325mA$$

$$I_{CQ} = \beta I_{BQ} = 50 \times 0.0325 = 1.625mA$$

$$I_{EQ} = (1 + \beta)I_{BQ} = 51 \times 0.0325 = 1.6575mA$$



(a)



(b)

图 5.5.2 图 5.5.1 所示放大器的直流偏置电路

$$V_{CEQ} = V_{CC} - I_{CQ}R_C - I_{EQ}R_E = 18 - 1.625 \times 3 - 1.6575 \times 2 = 9.81V$$

2. 确定交流小信号情况下晶体管放大器的线性电路模型及其参数

在发射结正偏置、集电结反偏置的放大模式下，晶体管可以采用如图 5.5.3 所示的混合 π 参数表示的等效电路模型。频率较低时，主要是 g_m 、 $r_{b'e}$ (或 r_π)、 r_{ce} 这三个参数起作用，频率较高时还要考虑结电容 $C_{b'e}$ 与 $C_{b'c}$ 。 $r_{bb'}$ 表示基区体电阻。有关参数提取的公式已在第一章 1.7 讨论过。如果利用上面得到的直流偏置点 Q 的有关参数，根据 1.7 节有关公式， $r_{b'e}$ 可根据输入特性曲线 Q 点处的斜率提取

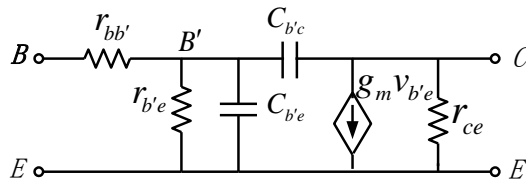


图 5.5.3 晶体管的混合 π 参数电路模型

$$r_{b'e} = \left(\frac{\partial i_B}{\partial v_{BE}} \Big|_Q \right)^{-1} = \frac{V_T}{I_{BQ}} = \frac{0.026}{0.0325 \times 10^{-3}} = 800\Omega$$

跨导 g_m 可由下式计算

$$g_m = \frac{\partial i_C}{\partial v_{BE}} \Big|_Q = \frac{I_{CQ}}{V_T} = \frac{1.625 \times 10^{-3}}{0.026} = 62.5mA/V$$

g_m 与 $r_{b'e}$ 的乘积等于 50，验证了 $\beta = g_m r_{b'e}$ 的关系。

如果厄尔利电压 $V_A = 113.75V$ ，则 r_{ce} 为

$$r_{ce} = \left(\frac{\partial i_C}{\partial v_{CE}} \Big|_Q \right)^{-1} = \frac{V_A}{I_{CQ}} = \frac{113.75}{1.625} = 70k\Omega$$

$C_{b'e}$ 与 $C_{b'c}$ 一般通过测量得到。

3. 确定小信号情况下晶体管放大器的电路模型

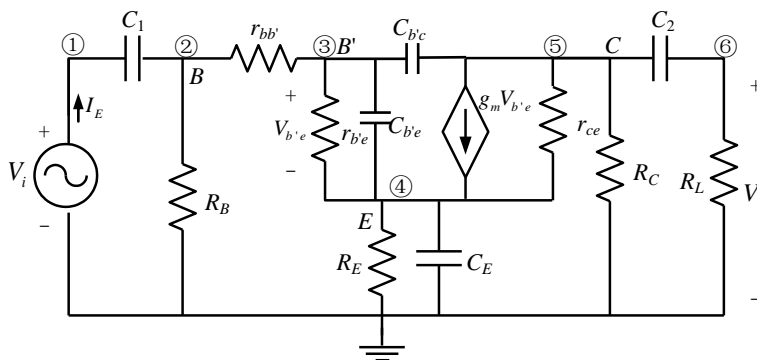


图 5.5.4 图 5.5.1 所示的放大器的混合 π 参数电路模型

将图 5.5.1 所示电路中的晶体管用图 5.5.3 所示的电路模型替代，就得到小信号情况下晶体管放大器的电路模型，如图 5.5.4 所示。注意，该电路是对交流信号而言的，直流电源对于交流信号呈短路，因此直流电源在图中没有表示出来。同时对于交流，基极偏置电阻 R_{B1} 和 R_{B2} 是并联关系，用 R_B 表示。

$$R_B = \frac{R_{B1}R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}}$$

4. 列写电路方程

根据图 5.5.4 所示的晶体管放大器的线性电路模型, 可以按修正节点分析(MNA)列写 s 域电路方程。该电路有 6 个独立节点, 其节点电压分别为 $V(s)$ 、 $V_2(s)$ 、 $V_3(s)$ 、 $V_4(s)$ 、 $V_5(s)$ 和 $V_6(s)$ 。其中 $V_1(s) = V_i(s)$, $V_6(s) = V_o(s)$, $V_{b'e}(s) = V_3(s) - V_4(s)$ 。 $I_E(s)$ 为流过信号源支路的电流。利用各元件列写电路方程的矩阵模板, 矩阵形式的电路方程为

$$\begin{bmatrix} sC_1 & -sC_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -sC_1 & sC_1 + G_B + g_{bb'} & -g_{bb'} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g_{bb'} & g_{bb'} + g_{b'e} + s(C_{b'e} + C_{b'c}) & -g_{b'e} - sC_{b'e} & -sC_{b'c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -g_{b'e} - g_m - sC_{b'e} & g_{b'e} + G_E + sC_E + g_m + g_{ce} + sC_{b'e} & -g_{ce} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_m - sC_{b'c} & -g_{ce} - g_m & g_{ce} + G_C + sC_2 + sC_{b'c} & -sC_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -sC_2 & sC_2 + G_L & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(s) \\ V_2(s) \\ V_3(s) \\ V_4(s) \\ V_5(s) \\ V_6(s) \\ I_E(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_i(s) \end{bmatrix} \quad (5.5.1)$$

$$\text{式中 } G_B = \frac{1}{R_{B1}} + \frac{1}{R_{B2}}, g_{bb'} = \frac{1}{r_{bb'}}, g_{b'e} = \frac{1}{r_{b'e}}, G_E = \frac{1}{R_E}, g_{ce} = \frac{1}{r_{ce}}, G_C = \frac{1}{R_C}, G_L = \frac{1}{R_L}。$$

电压增益

$$G_v(j\omega) = G_v(s)|_{s=j\omega} = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = \frac{V_6(j\omega)}{V_1(j\omega)}$$

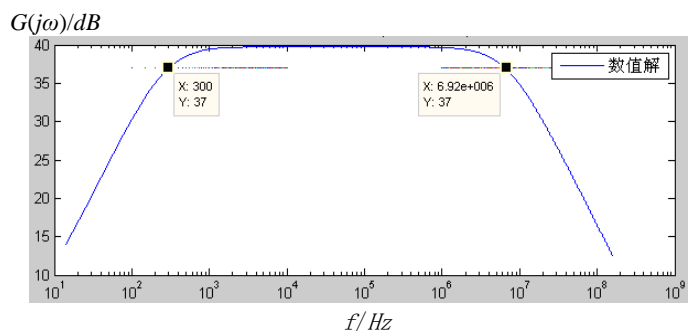
给定一个频率 ω , 通过解方程(5.5.1), 即可得到对应该频率的增益 $G_v(j\omega)$ 。由此可得 $G_v(j\omega) \sim \omega$ 关系。式(5.5.1)略为复杂, 很难得到增益 $G_v(j\omega)$ 的简单解析表达式。一般采用数值方法求解。

5. 数值求解电路方程

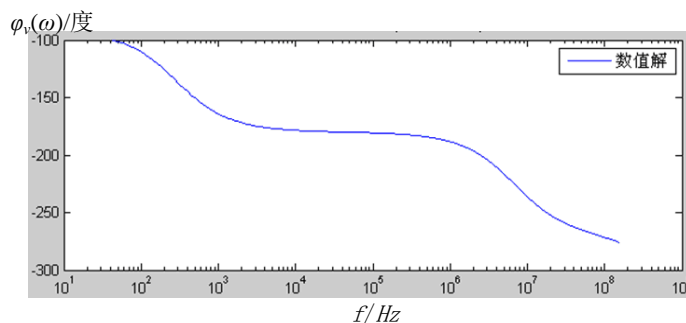
可以借助 *Matlab* 对式(5.5.1)进行数值分析。如设 $R_{B1} = 60k\Omega$, $R_{B2} = 20k\Omega$, $R_c = 3k\Omega$, $R_E = 2k\Omega$, $R_L = 6k\Omega$, $C_1 = 10\mu F$, $C_2 = 30\mu F$, $C_E = 30\mu F$, $r_{bb'} = 200\Omega$, $r_{b'e} = 800\Omega$, $r_{ce} = 70k\Omega$, $C_{b'e} = 10pF$, $C_{b'c} = 1pF$, $g_m = 0.0625S$, 将上述电路参数代入方程(5.5.1), 得出增益

$$G_v(j\omega) = G_v(s)|_{s=j\omega} = \frac{V_o(j\omega)}{V_i(j\omega)} = |G_v(j\omega)| e^{j\varphi_v(\omega)} \quad (5.5.2)$$

功率增益 G 、 φ_v 与频率的关系见图 5.5.5。由图 5.5.5(a)可见, 上限频率 $f_H = 6.92MHz$, 下限频率 $f_L = 300Hz$, 频带内与频率无关部分功率增益 $G \approx 40dB$ 。而图 5.1.7(b)表示带内相移 $\varphi_v = 180^\circ$, 即输出电压与输入电压相位刚好相反。



(a)



(b)

图 5.5.5 图 5.5.4 所示电路的增益频率响应
(a)幅频特性 (b)相频特性

从放大器输入端口看进去的阻抗定义为放大器的输入阻抗 Z_i ，其实部就是输入电阻。输入阻抗定义时，电流的正方向以流进输入端口的电流定义。根据图 5.5.4， I_E 等于从输入端口流进的电流，故 Z_i 为

$$Z_i(j\omega) = Z_i(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{V_i(j\omega)}{I_E(j\omega)} \quad (5.5.3)$$

用 *Matlab* 解方程(5.5.1)，频带内输入电阻 $R_i = \text{Re}(Z_i) \sim f$ 的关系曲线示于图 5.5.6。由此曲线可知，当 $f=100kHz$ 时，输入阻抗的实部 $\text{Re}(Z_i) = R_i = 935.6\Omega$

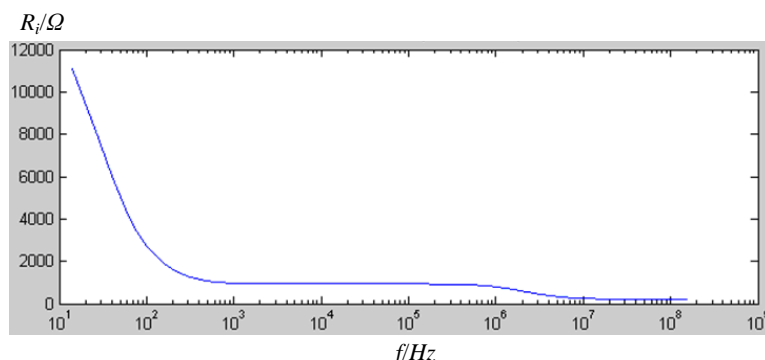


图 5.5.6 图 5.5.4 所示电路的输入电阻频率响应

放大器的输出阻抗 Z_o 实际上就是从输出端口看进去的戴维南阻抗 Z_{Th} 。因此求输出阻抗时先将负载 R_L 去掉，同时将独立电压源短路，独立电流源开路，并在输出端口接上测试用的独立电压源 V_x 。这样对于图 5.5.4 所示的放大器电路，求输出阻抗的电路就如图 5.5.7 所示。

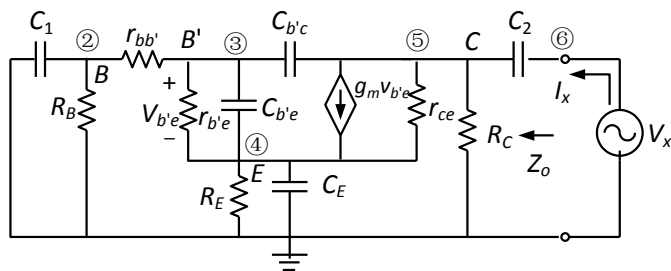


图 5.5.7 图 5.5.4 所示电路计算输出阻抗的等效电路

根据图 5.5.7 所示电路，按 MNA 列写 s 域电路方程，得到

$$\begin{bmatrix} sC_1 + G_B + g_{bb'} & -g_{bb'} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -g_{bb'} & g_{bb'} + g_{b'e} + s(C_{b'e} + C_{b'c}) & -g_{b'e} - sC_{b'e} & -sC_{b'c} & 0 & 0 \\ 0 & -g_{b'e} - g_m - sC_{b'e} & g_{b'e} + G_E + sC_E + g_m + g_{ce} + sC_{b'e} & -g_{ce} & 0 & 0 \\ 0 & g_m - sC_{b'c} & -g_{ce} - g_m & g_{ce} + G_C + sC_2 + sC_{b'c} & -sC_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -sC_2 & sC_2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2(s) \\ V_3(s) \\ V_4(s) \\ V_5(s) \\ V_6(s) \\ I_x(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_x(s) \end{bmatrix} \quad (5.5.4)$$

用 Matlab 求解式(5.5.4)，可求出 $V_x(s)$ 、 $I_x(s)$ ，并由此求出输出阻抗 Z_o

$$Z_o(j\omega) = Z_o(s) \Big|_{s=j\omega} = \frac{V_x(j\omega)}{I_x(j\omega)} \quad (5.5.5)$$

图 5.5.8 就是频带内输出电阻 $\text{Re}(Z_o) = R_o \sim \omega$ 关系曲线。由此曲线可知，当 $f \rightarrow 0$ 时，输出电阻 $\text{Re}(Z_o) \rightarrow R_c = 3k\Omega$ ， $f=100kHz$ 时， $\text{Re}(Z_o) = 2.876k\Omega$

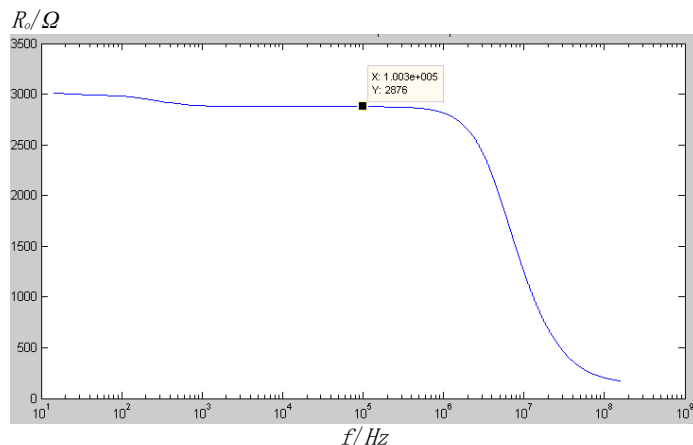


图 5.5.8 图 5.5.4 所示放大器电路输出电阻的频率特性

17. 【第五章 章节 5.9.2-1】

代码见附录 17——【chpt5.9.2_1.m】代码

二阶低通有源滤波器

滤波器级数越多，从通带到阻带的过渡越陡，图 5.9.17 是二阶有源滤波电路。电路中运放 $\mu a741$ 构成同相放大器电路，允许低频信号加到运放的输入端，故具有低通滤波特性。因为有两个储能元件，就叫做二阶滤波电路。运放的输入电压是输入是 V_s ，输出电压就是 V_o ，就等于节点 d 的电压。

按图 5.9.17 所示电路列写的电路方程，变量除了节点电压 V_a 、 V_b 、 V_c 、 V_d 、 V_e 外，还有另外两个变量，一个是流经独立电压源的电流 I_1 ，另一个是运放输出端电流 I_0 。故要增加两个约束方程，这就是

$$\left. \begin{aligned} V_c &= V_e \\ V_a &= V_s \end{aligned} \right\} \quad (5.9.25)$$

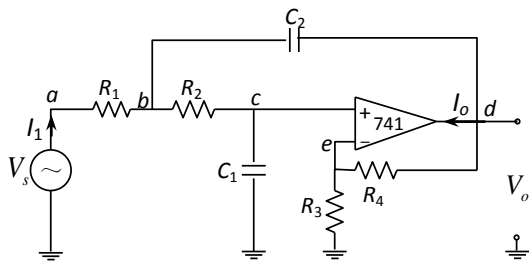


图 5.9.17 二阶低通有源滤波电路

这样如图 5.9.18 所示电路用修正节点分析法列写电路方程就得到

$$\begin{bmatrix} G_1 & -G_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -G_1 & (G_1 + G_2 + sC_2) & -G_2 & -sC_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -G_2 & G_2 + sC_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -sC_2 & 0 & sC_2 + G_4 & -G_4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -G_4 & G_3 + G_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \\ V_e \\ I_o \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V_s \end{bmatrix} \quad (5.9.26)$$

式中， $G_i = 1/R_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$)。式(5.9.26)第 6 与第 7 行就是约束关系 (5.9.25)。

为简化起见，假定滤波电路电阻 $R_1 = R_2 = R$ ，电容 $C_1 = C_2 = C$ 。由式 (5.9.26) 第 5 第 6 行得到

$$V_c = \frac{V_d}{1 + \frac{R_4}{R_3}} = \frac{V_d}{\mu} \quad (5.9.27)$$

式中 $\mu = 1 + R_4/R_3$ 。由 (5.9.26) 第 3 行得到

$$V_b = \frac{G_2 + sC}{G_2} V_c = (1 + sCR) V_c$$

将式 (5.9.27) 代入上式得到

$$V_b = \frac{1 + sCR}{\mu} V_d \quad (5.9.28)$$

而由式 (5.9.26) 第 2 行可得

$$\frac{V_a - V_b}{R} = \frac{V_b - V_c}{R} + (V_b - V_d) sC \quad (5.9.29)$$

将式 (5.9.27)、(5.9.28)代入式 (5.9.29) 得到滤波器响应函数

$$H(s) = \frac{V_0}{V_s} = \frac{V_d}{V_a} = \frac{\mu}{1 + (3 - \mu)sCR + (sCR)^2} \quad (5.9.30)$$

$$\text{令} \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

$$Q = \frac{1}{3 - \mu}$$

ω_0 为滤波器截止角频率, Q 为滤波器品质因数, 而且 $\mu < 3$ 滤波器才能稳定工作。由此得到滤波器频率响应

$$H(j\omega) = H(s)|_{s=j\omega} = \frac{\mu}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + j \frac{\omega}{\omega_0 Q}} \quad (5.9.31)$$

其幅频特性为

$$|H(j\omega)| = \frac{\mu}{\sqrt{\left[1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2\right]^2 + (\frac{\omega}{\omega_0 Q})^2}} \quad (5.9.32)$$

式(5.9.32)表示, 当 $\omega \ll \omega_0$ 时, $|H(\omega)| = \mu$ 。而当 $\omega \gg \omega_0$ 时, $|H(\omega)| \rightarrow 0$ 。所以 $|H(\omega)|$ 具有低通滤波器特性。当 $\omega = \omega_0$ 时, $|H(\omega)| = Q\mu$; 当 $Q = 0.707$ 时, $|H(\omega)|_{\omega=\omega_0, Q=0.707} = 0.707\mu$, 降到低频时的 0.707, 故定义 ω_0 为滤波器截止角频率。

如设滤波器 $R_1 = R_2 = R_3 = R = 20k\Omega$, $C = 0.01\mu F$, 当 $R_4 = 10k\Omega, 15k\Omega, 20k\Omega, 25k\Omega, 30k\Omega$, Q 值分别为

R_4	10	15	20	25	30
Q	0.67	0.8	1	1.33	2

按式 (5.9.32) 得到的幅频特性如图 5.9.18 所示。从图 5.9.18 可以看出, 不同的 Q 值对滤波器幅频特性的平坦度有影响, 可以证明, 当 $Q = 0.707$ 时, 具有最大平坦的幅频特性。

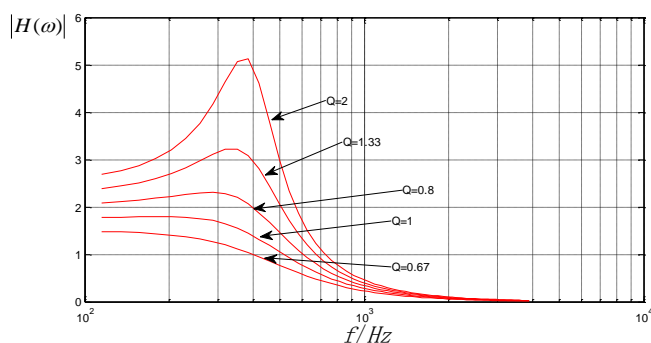


图 5.9.18 有源低通滤波器不同 Q 值的幅频特性

二、 附录：代码部分

1. exmp2.4.2.m

```
%% 【例题 2.4.2】MNA 列写电路方程
%
%% 题目
% <<exmp2_4_2_q.JPG>>
%% MNA 列写方程
% <<exmp2_4_2_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解
clear;
%% 定义变量
R1=100;
R2=1310;
R3=2000;
u=4e-5;
Is=0.0005;
alpha=80;

%% 列写方程
A=[1/R1+1/R2 -1/R2 0 0 0;
-1/R2 1/R2 0 1 0;
0 0 1/R3 0 alpha;
0 1 -u 0 0;
1/R2 -1/R2 0 0 -1;
];

%% 求解结果
format short e ;
% 输出格式的控制
% * format short;
% * format long ;
% * format short e ;
% * format long e ;
X=A\[Is; 0; 0; 0; 0]
```

2. exmp3.3.2.m

```
%% 【例题 3.3.2】MNA 列写电路方程
%
%% 题目
% <<exmp3_3_2_q.JPG>>
%% MNA 列写方程
% <<exmp3_3_2_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解
clear;

%% 列写方程
A=[1/40 0 0 0 1;
   0 0 0 1 -1;
   0 0 1/50+1/(-25j) 0 16;
   0 1 -1/8 0 0;
   1/(20j) -1/(20j) 0 0 -1
  ];

%% 求解结果
format short ;
% 输出格式的控制
% * format short;
% * format long ;
% * format short e ;
% * format long e ;
X=A\[0.025; 0; 0; 0; 0];
V0=X(3)
I0=X(5)
```

3. exmp3.5.4.m

```
%% 【例题 3.5.4】MNA 求解三相电路功率
%
%% 题目
% <<exmp3_5_4_q.JPG>>
%% MNA 列写方程
```

```

% <<exmp3_5_4_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解
clear;
%% 定义变量
% 注意交流电的表达方式
Ea=220;
Eb=220*exp(-j*pi*120/180);
Ec=220*exp(j*pi*120/180);
ZL=2+50j;
Zab=150+300j;
Zbc=150+300j;
Zca=150-300j;

%% 列写方程
A = [1/ZL+1/Zca+1/Zab -1/Zab -1/Zca -1/ZL 0 0 0 0 0;
     -1/Zab 1/ZL+1/Zbc+1/Zab -1/Zbc 0 -1/ZL 0 0 0 0;
     -1/Zca -1/Zbc 1/ZL+1/Zca+1/Zbc 0 0 -1/ZL 0 0 0;
     -1/ZL 0 0 1/ZL 0 0 -1 0 0;
     0 -1/ZL 0 0 1/ZL 0 0 -1 0;
     0 0 -1/ZL 0 0 1/ZL 0 0 -1;
     0 0 0 1 0 0 0 0 0;
     0 0 0 0 1 0 0 0 0;
     0 0 0 0 0 1 0 0 0];
B = [0; 0; 0; 0; 0; 0; Ea;Eb;Ec];

%% 求解结果
format short e ;
X = inv(A)*B;
Va=X(1);
Vaa= abs(X(1));
Vap=angle(X(1))/pi*180;
Vb=X(2);
Vba= abs(X(2));
Vap=angle(X(2))/pi*180;
Vc=X(3);
Vca= abs(X(3));
Vcp=angle(X(3))/pi*180;

```

```

Ia=X(7);
Iaa= abs(X(7));
Iap=angle(X(7))/pi*180;
Ib=X(8);
Iba= abs(X(8));
Ibp=angle(X(8))/pi*180;
Ic=X(9);
Ica= abs(X(9));
Icp=angle(X(9))/pi*180;
% 求解消耗的功率 Pout
Pa=real(Ea*Ia');
Pb=real(Eb*Ib');
Pc=real(Ec*Ic');
Pout = Pa+Pb+Pc

%求解输入的功率 Pin
Pzla=real(Ia*Ia'*ZL);
Pzlb=real(Ib*Ib'*ZL);
Pzlc=real(Ic*Ic'*ZL);
Pzab=real((Va-Vb)*((Va-Vb)/Zab)');
Pzca=real((Va-Vc)*((Va-Vc)/Zca)');
Pzbc=real((Vb-Vc)*((Vb-Vc)/Zbc)');
Pin=Pzla+Pzlb+Pzlc+Pzab+Pzca+Pzbc

```

4. chpt3.6_5.m

```

%% 【章节 3.6-5】焊盘-键合线-端子互连结构的电路模型
%
%% 题目
% <<chpt3.6_5_q.JPG>>
%% MNA 列写方程
% <<chpt3.6_5_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解焊盘等效电路及幅频响应
clear;

```

```

%% 变量定义
R=0.0003;
L=0.15e-9;
C=390e-15;
Vi=1;

%% 列写方程及算法
for n=1:1:10000
    w=n*n*n;
    Z=j*w*L+R;
    A=[1/Z    -1/Z    -1;
        -1/Z    (1/Z+j*w*C)  0;
        1      0      0];
    B=[0;    0;    Vi];
    V=A\B;
    f(n)=w;
    Gv(n)=abs(V(2))/Vi;
end

%% 求解结果并画图
semilogx(f, 20*log10(Gv), '-b'); % 指数坐标画图, 蓝色线图
title('|H(w)| of the circuit'); % 图形的标题
xlabel('freq, Hz'), ylabel('Gain, dB') %图形的 x,y 轴标示

%% Matlab 求解焊盘-键合线-端子互连结构的幅频特性
clear;

%% 变量定义
R=0.0003;
L=0.15e-9;
C=390e-15;
R1=0.25;
L1=5e-9;
L2=1.1e-9;
C1=81e-15;
Vi=1;

```

```

%% 列写方程及算法
for n=1:1:10000
    w=n*n*n;
    Z=j*w*L+R;
    Zbt=R1+j*w*(L1+L2);
    A=[1/Z      -1/Z      0      1;
      -1/Z      (1/Z+j*w*C+1/Zbt)  -1/Zbt  0;
      0      -1/Zbt      j*w*C1+1/Zbt  0;
      1      0      0      0 ];
    B=[0; 0; 0; Vi];
    V=A\B;
    f(n)=w;
    Gv(n)=abs(V(3))/Vi;
end

%% 求解结果并画图
semilogx(f, 20*log10(Gv), '-r'); % 指数坐标画图,红色线图
title('|H(w)| of the circuit'); % 图形的标题
xlabel('freq, Hz'), ylabel('Gain, dB') %图形的 x,y 轴标示

```

5. exmp3.7.1.m

```

%% 【例题3.7.1】MNA方法求解含有互感的电路
%
%% 题目
% <<exmp3_7_1_q.JPG>>
%% MNA列写方程
% <<exmp3_7_1_a.JPG>>
%
%% Matlab求解
clear;

%% 变量定义
R1=5;
R2=20;
R3=60;
L1=4;
L2=16;

```

```

M=5;
Vs=220;
f=50;
w=2*pi*f;
dt=L1*L2-M*M;

%% 列写方程
A=[1/R1 -1/R1 0 -1 -1 0;
   -1/R1 1/R1+1/R2 -1/R2 0 0 1;
   0 -1/R2 1/R2+1/R3 0 1 0;
   1 0 0 0 0 0;
   -L2/(j*w*dt) -M/(j*w*dt) L2/(j*w*dt) 0 -1 0;
   M/(j*w*dt) L1/(j*w*dt) -M/(j*w*dt) 0 0 -1];
B=[0;0;0;Vs;0;0];

%% 求解结果
format short;
X=inv(A)*B;
V1=X(1)
V2=X(2)
V3=X(3)
Is=X(4)
I31=X(5)
I20=X(6)

I1=-I31
I2=Is
I3=Is-I20

```

6. chpt3.7.1.m

```

%% 【章节 3_7_1 图 3.7.12】MNA 方法求解互联线电路模型
%
%% 题目
% <<chpt3_7_1_q.JPG>>
%% MNA 列写方程
% <<chpt3_7_1_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解
clear;

```

```

%% 变量定义
er=4;
L_M=0.002e-9;
R=0.043;
C1=0.035433e-9;
C2=0.035433e-9;
Rs=0.2;

%% 列写方程
for n=1:1:1000
    w=200*n*n*n;
    Zin=(1/(j*w*C1)*(1/(j*w*C2)+2*R+2*j*w*L_M))/(1/(j*w*C1)+1/(j*w
    *C2)+2*R+2*j*w*L_M);
    Gain(n)=Zin/(Rs+Zin)*(1/(j*w*C2))/(1/(j*w*C2)+2*R+2*j*w*L_M);
    freq(n)=w/2/pi;
end

%% 求解结果
plot(freq, real(20*log10(Gain)), '-b');
title('互联线电路的增益-频率关系图');
xlabel('freq, Hz'), ylabel('增益, dB');

```

7. chpt4.2.1_3.m

```

%% 【章节 4.2.1-3】RC 电路的充放电
%
%% 题目
% <<chpt4.2.1_3_q.JPG>>
%% 方程
% <<chpt4.2.1_3_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解
clear;

%% 变量定义
R=1000;
C=1e-9;

```

```
Vs=5;
t0=R*C;
T=1e-9;

%% 列写方程
for n=0:9999
    t=n*T;
    Vc=Vs*(1-exp(-t/t0));
    time(n+1)=t;
    Vup(n+1)=Vc;
    Vdown(n+1)=Vs-Vc;
end

%% 求解结果
figure;
plot(time,Vup,'r');
title('RC 电路的充电过程');
xlabel('时间, s'), ylabel('电压, V');
grid on; % 显示网格

figure;
plot(time,Vdown,'r');
title('RC 电路的放电过程');
xlabel('时间, s'), ylabel('电压, V');
grid on;
```

8. chpt4.4.2.m

```
%% 【章节4.4.2】MNA求解RLC动态电路
%
%% 题目
% <<chpt4.4.2_q.JPG>>
%% 方程
% <<chpt4.4.2_a.JPG>>
%
%% Matlab求解
```

```

clear;

%% 变量定义
R1=10000;
R2=10000;
R3=10000;
C1=0.000005;
C2=0.000005;
L=10;
Vs=5;
dt=0.01;
t=2;

%% 列写方程
A=[1/R1 -1/R1 0 0 -1 0;
   -1/R1 1/R1+C1/dt+1/R2 -1/R2 0 0 0;
   0 -1/R2 1/R3+1/R2+C2/dt -1/R3 0 0;
   0 0 -1/R3 1/R3 0 1;
   1 0 0 0 0 0;
   0 0 0 1 0 -L/dt];
X(:,1)=[ 0 0 0 0 0 0];
num=t/dt; for n=1:1:num
    Y=A\[0; C1/dt*X(2,n); C2/dt*X(3,n); 0; Vs; -L/dt*X(6,n)];
    X(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n;
end

%% 求解结果
Vo = X(2,:) - X(3,:);
plot(t, Vo(1:num),'-r')
title('Transient analysis of RLC')
xlabel('Time, s'), ylabel('Output voltage')

```

9. exmp4.4.1.m

```

%% 【例题 4.4.1】MNA 求解 PCB 微带线电路
%
%% 题目
% <<exmp4_4_1_q.JPG>>
%% 方程

```

```

% <<exp4_4_1_a.JPG>>
%

%% Matlab 求解
clear;

%% 变量定义
R=2;
L=1e-9;
C=3e-12;
Rx=1.5;
Cx=2.5e-12;
Lx=5e-9;
Cl=1e-12;
Vs=5;
T=1e-9;
dt=1e-12;
t=10e-9;

%% 列写方程
A=[1/R  -1/R  0  0  0  0  0  0  0  0  -1
0  0  0  0;
-1/R  1/R  0  0  0  0  0  0  0  0  0
1  0  0  0;
0  0  1/R+C/dt  -1/R  0  0  0  0  0  0  0
-1  0  0  0;
0  0  -1/R  1/R  0  0  0  0  0  0  0
0  1  0  0;
0  0  0  0  1/Rx+C/dt  -1/Rx  0  0  0  0  0
0  -1  0  0;
0  0  0  0  -1/Rx  1/Rx  0  0  0  0  0
0  0  1  0;
0  0  0  0  0  0  1/R+Cx/dt  -1/R  0  0  0
0  0  -1  0;
0  0  0  0  0  0  -1/R  1/R  0  0  0
0  0  0  1;
0  0  0  0  0  0  0  0  0  (Cl+C)/dt  0
0  0  0  -1

```

```

    1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
0  0  0  0;
    0  1  -1  0  0  0  0  0  0  0  0
-L/dt 0  0  0;
    0  0  0  1  -1  0  0  0  0  0  0
0 -L/dt 0  0;
    0  0  0  0  0  1  -1  0  0  0  0
0  0 -Lx/dt 0;
    0  0  0  0  0  0  0  0  1  -1  0
0  0  0 -L/dt ];
X(:,1)=[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
num=t/dt;
for n=1:1:num
    Vs(n)=5;
    Y=A\[0; 0; C/dt*X(3,n); 0; C/dt*X(5,n); 0; Cx/dt*X(7,n); 0;
(C+C1)/dt*X(9,n); Vs(n) ; -L/dt*X(11,n); -L/dt*X(12,n);
-Lx/dt*X(13,n); -L/dt*X(14,n)];
    X(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n;
end

%% 求解结果
Vo1 = X(1,:);
Vo2 = X(9,:);
subplot(3, 1, 1);
plot(t, Vs(1:num),'-r') %plot
title('Vi and V1 of the circuit')
|
subplot(3, 1, 2);
plot(t, Vo2(1:num),'-r') %plot
title('Vout and V8 of the circuit')
subplot(3, 1, 3);
plot(t, Vs(1:num),'-r') %plot
hold on;
plot(t, Vo2(1:num),'-r') %plot
title('Vi and Vout of the circuit');

```

10. exmp4.4.2.m

```

%% 【例题 4.4.2】MNA 求解无损带状线等效电路
%
%% 题目
% <<exmp4_4_2_q.JPG>>
%% 方程
% <<exmp4_4_2_a.JPG>>
%

%% Matlab 求解-负载为电容 CL
clear;

%% 变量定义
Rs=50;
CL=5e-12;
C=4.48e-12;
RL=50;
L=11.23e-9;
Vs=10;
dt=1e-11;
t=10e-9;

%% 列写方程
A=[
    1/Rs -1/Rs 0 0 0 0 -1 0 0 0 0;
    -1/Rs 1/Rs 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
    0 0 C/dt 0 0 0 0 -1 1 0 0;
    0 0 0 C/dt 0 0 0 0 -1 1 0;
    0 0 0 0 C/dt 0 0 0 0 -1 1;
    0 0 0 0 0 C/dt+CL/dt 0 0 0 0 -1;
    1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt 0 0;
    0 0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt 0;
    0 0 0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt 0;
    0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt
];
X(:,1)=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

```

```

num=t/dt;
for n=1:1:num
    Y=A\[0; 0; C/dt*X(3,n); C/dt*X(4,n); C/dt*X(5,n); (C+CL)/dt*X(6,n); Vs; -L/dt*X(8,n);
    -L/dt*X(9,n); -L/dt*X(10,n); -L/dt*X(11,n)];
    X(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n;
end

```

```
%% 求解结果
```

```

Vo = X(6,:);
plot(t, Vo(1:num),'-r')
title('负载的瞬态响应')
xlabel('Time, s'), ylabel('Output voltage')

```

```
%% Matlab 求解-负载为电阻 RL=50
```

```
clear;
```

```
%% 变量定义
```

```

Rs=50;
CL=5e-12;
C=4.48e-12;
RL=50;
L=11.23e-9;
Vs=10;
dt=1e-11;
t=10e-9;

```

```
%% 列写方程
```

```

A=[
    1/Rs -1/Rs 0 0 0 0 -1 0 0 0 0;
    -1/Rs 1/Rs 0 0 0 0 0 1 0 0 0;
    0 0 C/dt 0 0 0 0 -1 1 0 0;
    0 0 0 C/dt 0 0 0 0 -1 1 0;
    0 0 0 0 C/dt 0 0 0 0 -1 1;
    0 0 0 0 C/dt+1/RL 0 0 0 0 -1;
    1 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
    0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt 0 0 0;

```

```

0 0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt 0 0;
0 0 0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt 0;
0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0 -L/dt
];
X(:,1)=[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
num=t/dt;
for n=1:1:num
    Y=A\[0; 0; C/dt*X(3,n); C/dt*X(4,n); C/dt*X(5,n); C/dt*X(6,n); Vs; -L/dt*X(8,n);
-L/dt*X(9,n); -L/dt*X(10,n); -L/dt*X(11,n)];
    X(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n;
end

%% 求解结果
Vo = X(6,:);
plot(t, Vo(1:num),'-r')
title('负载的瞬态响应')
xlabel('Time, s'), ylabel('Output voltage')

```

11. chpt4.5.1_3.m

```

%% 【章节 4.5.1-3】求解电路状态方程
%
%% 题目
% <<chpt4.5.1_3_q.JPG>>
%% 方程
% <<chpt4.5.1_3_a.JPG>>
%
%% Matlab 求解
clear;

%% 变量定义
R1=10;

```

```

R2=5;
C=5e-6;
L=2e-3;
Vs=5;
t0 = 0;
tf = 500e-6;

%% 列写方程
tspan=[t0 tf];
x0 = [0 0]; % initial conditions
[t,x] = ode23('diff2_fun',tspan,x0);
tt = length(t);
for i = 1:tt
    V1(i) = -x(i,1) - x(i,2)*R2+Vs;
    I1(i) = x(i,1)/R1;
end

%% 求解结果
subplot(2,1,1)
plot(t,V1,'-r')
title('Transient analysis of RLC')
xlabel('Time, s'), ylabel('Output voltage VL')
subplot(2,1,2)
plot(t, I1,'-r')
title('Transient analysis of RLC')
xlabel('Time, s'), ylabel('Output current I1')

%% 解题中所用到的函数
%%%%%%%%%% 解题中所用到的 diff2_fun.m 文件代码如下 %%%%%%%%%%%
%%%%%%%%% function dv = diff2_fun(t,v)
%%%%%%%%% R1=10;
%%%%%%%%% R2=5;
%%%%%%%%% C=5e-6;
%%%%%%%%% L=2e-3;
%%%%%%%%% Vs=5;
%%%%%%%%% dv(1) = -v(1)/(C*R1) + v(2)/C;
%%%%%%%%% dv(2) = -v(1)/L - R2*v(2)/L + Vs/L;

```

```

%%%%%%%% dv=[dv(1);dv(2)];
%%%%%%%% end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

12. chpt4.6.2.m

```

%% 【章节4.6.2】LIM with MNA
%
%% 题目与方程
% <<chpt4.6.2_q.JPG>>

%% Matlab求解
clear;
warning off all;
%% 变量定义
R=0.00172;
Rx=17.2;
L=2.26e-9;
C=0.00910e-12;
G=1/50;
Vs=5;
T=1e-9;
dt=1e-12;
t=2e-9;

%% 列写方程
A=[1/R -1/R 0 0 0 0 0 0 -1 0 0 0;
-1/R 1/R 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0;
0 0 1/R+C/dt -1/R 0 0 0 0 0 0 -1 0 0;
0 0 -1/R 1/R 0 0 0 0 0 0 0 1 0;
0 0 0 0 1/Rx+C/dt -1/Rx 0 0 0 0 0 -1
0;
0 0 0 0 -1/Rx 1/Rx+1/R+C/dt -1/R 0 0 0 0
0;
0 0 0 0 0 -1/R 1/R 0 0 0 0 0 1;
0 0 0 0 0 0 0 C/dt+G 0 0 0 -1;
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0;
0 1 -1 0 0 0 0 0 0 -L/dt 0 0 0;
0 0 0 1 -1 0 0 0 0 0 -L/dt 0 0;
0 0 0 0 0 0 0 1 -1 0 0 0 0
-L/dt ];
X(:,1)=[ 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];

```

```

num=t/dt;
for n=1:1:num
    Vs(n)=2.5*sqrt(2*pi/T*(dt*n-T/2))+2.5;
    Y=A\[0; 0; C/dt*X(3,n); 0; C/dt*X(5,n); C/dt*X(6,n); 0;
C/dt*X(8,n); Vs(n); -L/dt*X(10,n); -L/dt*X(11,n); -L/dt*X(12,n)];
    X(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n;
end

%% 求解结果
Vo2 = X(8,:);
figure;
subplot(2, 1, 1);
plot(t, Vs(1:num),'-r')%plot
title('Vi and V1 of the circuit')
|
subplot(2, 1, 2);
plot(t, Vo2(1:num),'-r')%plot
title('Vout and V8 of the circuit')
|
figure
plot(t, Vs(1:num),'-r')%plot
hold on;
plot(t, Vo2(1:num),'-r')%plot
title('Vi and Vout of the circuit');

```

13. chpt4.7.3.m

```

%% 【章节4.7.3 图4.7.11】基于MNA求解开关电容电路
%
%% 题目
% <<chpt4.7.3_q.JPG>>
%% 方程
% <<chpt4.7.3_a.JPG>>
%
%% Matlab求解
clear;

%% 变量定义

```

```

C1=2e-7;
C2=1e-7;
T=0.002;
beta=50;
dt=0.00001;
t=0.007;

%% 列写方程
V(:,1)=[ 0 0 0 0 0 0 0];
num=t/dt;
for n=1:1:num
    Vi(n)=5*sin((117000*(dt*(n+200)).^2))-1;
    ph=0.5*square(2*pi/T*dt*n)+0.5;
    ph1=1-ph;
    A=[ 0 0 0 0 1 0 -ph;
        0 C1 0 0 0 0 1;
        0 0 C2 -C2 0 0 -ph1;
        0 0 -C2 C2 0 1 0;
        1 0 0 0 0 0 0;
        0 0 beta 1 0 0 0 0;
        -ph 1 -ph1 0 0 0 0];
    B=[ 0 0 0 0;
        0 C1 0 0;
        0 0 C2 -C2;
        0 0 -C2 C2;
        0 0 0 0;
        0 0 0 0;
        0 0 0 0 ] * [ V(1,n); V(2,n); V(3,n); V(4,n) ]
+ [0; 0; 0; 0; Vi(n); 0; 0];
    Y=A\B;
    V(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n*1000;
    PH(n)=ph;
end

%% 求解结果
Vo = V(4,:);

subplot(3, 1, 1);
plot(t, PH(1:num), '-r')%plot
title('ph of the key capacitor circuit')

```

```
subplot(3, 1, 2);  
plot(t, Vi(1:num), '-r')%plot  
title('Vin of the key capacitor circuit')  
subplot(3, 1, 3);  
plot(t, Vo(1:num), '-r')%plot  
title('Vout of the key capacitor circuit')  
xlabel('Time, ms'), ylabel('Output voltage')
```

14. chpt4.8.2_5.m

```
%% 【章节 4.8.2-5】CMOS 反相器输出电压波形  
%  
%% 题目  
% <<chpt4.8.2_5_q.JPG>>  
%% 方程  
% <<chpt4.8.2_5_a.JPG>>  
%  
  
%% Matlab 求解  
clear;  
  
%% 变量定义  
C=150e-15;  
Rp=414;  
Rn=166;  
Vdd=3.3;  
delta=0.1*(Rp+Rn)*C;  
T=10*(Rp+Rn)*C;  
dt=delta;  
t=5*T;  
  
%% 列写方程  
V(:,1)=[ 0 0 0 0 0 0];  
num=t/dt;  
for n=1:1:num
```

```

    ph=0.5*square(2*pi/T*dt*n)+0.5;
    ph1=1-ph;
    A=[ delta/Rp   -delta/Rp       0       0       1
0;
      -delta/Rp   delta/Rp       0       0       0
-ph;
      0           0           delta/Rn   0       0
-ph1;
      0           0           0         C       0
1;
      1           0           0         0       0
0;
      0           -ph        -ph1      1       0
0 ] ;
    B=[ 0; 0; 0; C*V(4,n); Vdd; 0];
    Y=A\B;
    V(:,n+1)=Y;
    t(n)=dt*n;
    PH(n)=ph;
end

%% 求解结果
Vo = V(4,:);
subplot(2, 1, 1);
plot(t, PH(1:num),'-r')%plot
title('ph of the key capacitor circuit')
    subplot(2, 1, 2);
plot(t, Vo(1:num),'-r')
title('Vout of the key capacitor circuit')
xlabel('Time, ns'), ylabel('Output voltage')

```

15. chpt5.4.3.m

```
%% 【章节 5.4.3】场效应晶体管放大器的分析与求解
```

```
%  
%% 题目  
% <<chpt5.4.3_q.JPG>>  
%% 方程 1  
% <<chpt5.4.3_a1.JPG>>  
%% 方程 2  
% <<chpt5.4.3_a2.JPG>>  
%  
  
%% Matlab 求解 增益, 相位, 输入电阻与频率的关系  
clear;  
warning off all;  
%% 变量定义  
Vdd=10;  
Rg1=234000;  
Rg2=166000;  
Rd = 4000;  
Rs=500;  
R1=20000;  
Ri=10000;  
C1=10e-6;  
C2=10e-6;  
C3=10e-6;  
Kn=0.5e-3;  
Vt=2;  
Cgd=0.1e-12;  
Cgs=1e-12;  
Va=100;  
Gg=(Rg1+Rg2)/(Rg1*Rg2);  
Idq=1.2e-3;  
gm=2*sqrt(Idq*Kn);  
ro=Va/Idq;  
go=1/ro;  
G1=1/R1;  
Gs=1/Rs;  
Vi=1;  
B=[0;0;0;0;0;Vi];
```

```

%% 列写方程
for n=40:1:3000;
    w=(0.1*n)^(log10(n));
    Zi=Ri-j/(w*C1);
    %Ys=1/Rs+j*w*C3;
    Yi=1/Zi;
    Gd=1/Rd;
    A=[Yi      -Yi      0      0      0      -1;
      -Yi  Yi+Gg+j*w*(Cgs+Cgd)  -j*w*Cgd      -j*w*Cgs      0
0;
      0      gm-j*w*Cgd  Gd+go+j*w*(Cgd+C2)  -gm-go      -j*w*C2
0;
      0      -gm-j*w*Cgs      -go  go+Gs+gm+j*w*(Cgs+w*C3)  0
0;
      0      0      -j*w*C2      0      G1+j*w*C2      0;
      1      0      0      0      0      0 ]';
    Y(:,n)=inv(A)*B;
    Phase(n)=angle(Y(5,n))/pi*180;
    if (Phase(n)>0)
        Phase(n)=Phase(n)-360;
    end
    Gv(n)=abs(Y(5,n))./Vi;
    freq(n)=w/2/pi;
    Zin(n)=real((Y(1,n)-Y(6,n)*Ri)/Y(6,n));
end

%% 求解结果
figure;
semilogx(freq, 20*log10(Gv), '-b'); hold on;
title('增益-频率响应图')
ylabel('增益, dB'), xlabel('频率, Hz')
legend('数值解', 1);

figure;
semilogx(freq, Phase, '-b')%plot
title('相位-频率响应图')
ylabel('相位, degree'), xlabel('频率, Hz')

```

```
legend('数值解',1);

figure;
semilogx(freq, Zin, '-b')%plot
title('输入电阻-频率响应图')
ylabel('Zin, Ohms'), xlabel('频率,Hz')
legend('数值解',1);
```

```
%% Matlab 求解输出电阻与频率的关系
```

```
clear;
```

```
%% 变量定义
```

```
Vdd=10;
```

```
Rg1=234000;
```

```
Rg2=166000;
```

```
Rg=97110;
```

```
Rd = 4000;
```

```
rds=83300;
```

```
Rs=500;
```

```
Rl=20000;
```

```
Ri=10000;
```

```
C1=10e-6;
```

```
C2=10e-6;
```

```
C3=10e-6;
```

```
Kn=0.5e-3;
```

```
Vt=2;
```

```
Cgd=0.1e-12;
```

```
Cgs=1e-12;
```

```
Va=100;
```

```
Gg=(Rg1+Rg2)/(Rg1*Rg2);
```

```
Idq=1.2e-3;
```

```
gm=2*sqrt(Idq*Kn);
```

```
ro=Va/Idq;
```

```
go=1/ro;
```

```
Gl=1/Rl;
```

```
Gs=1/Rs;
```

```
Vx=1;
```

```

B=[0;0;0;0;0;Vx];

%% 列写方程
for n=40:1:3000;
    w=(0.1*n)^(log10(n));
    Zi=Ri-j/(w*C1);
    %Ys=1/Rs+j*w*C3;
    Yi=1/Zi;
    Gd=1/Rd;
    A=[1/Zi+1/Rg+j*w*(Cgs+Cgd)                                -j*w*Cgd
      -j*w*Cgs          0          0;
      -j*w*Cgd+gm      1/rds+1/Rd+j*w*(Cgd+C2)
      -1/rds-gm      -j*w*C2  0;
      -j*w*Cgs-gm      0          -1/rds
      1/Rs+1/rds+gm+j*w*(Cgs+C3)  0          0;
      0          -j*w*C2          0
      j*w*C2  -1;
      0          0          0
      1          0];
    Y(:,n)=inv(A)*B;
    freq(n)=w/2/pi;
    Zout(n)=real(Vx/Y(5,n));
end

%% 求解结果
figure;
semilogx(freq, Zout, '-b')%plot
title('The Zout of the Amplifer with freq')
ylabel('Zout, ohms'), xlabel('Freq,Hz')
legend('数值解',1);

```

16. chpt5.5.1.m

```

%% 【章节 5.5.1】单级 NPN 双极晶体管共射极放大器的数值分析
%
```

```
%% 题目
% <<chpt5.5.1_q.JPG>>
%% 方程 1
% <<chpt5.5.1_a1.JPG>>
%% 方程 2
% <<chpt5.5.1_a2.JPG>>
%

%% Matlab 求解 增益, 相位, 输入电阻与频率的关系
clear;
warning off all;
%% 变量定义
Rb1=60000;
Rb2=20000;
Rc = 3000;
rbb=200;
C1=10e-6;
Cbe=10e-12;
C2=30e-6;
Cbc=1e-12;
Ce=30e-6;
rbe=800;
Re=2000;
Rl=6000;
rce=70000;
gm=1/16;
beta=50;
Gb=1/Rb1+1/Rb2;
gbb=1/rbb;
Ge=1/Re;
Gc=1/Rc;
gce=1/rce;
gbe=1/rbe;
Gl=1/Rl;
Vi=1;
w=1;

%X=[V1;V2;V3;V4;V5;V6;Ie];
```

```

B=[0;0;0;0;0;0;0;Vi];

%% 列写方程
%calculate the LOW freq solveing value
RL=Rl*Rc/(Rl+Rc);
C11=C1*Ce/((1+beta)*C1+Ce);
t1=(rbb+rbe)*C11;
t2=(Rc+Rl)*C2;

%calculate the HIGH freq solveing value
Cm1=Cbc*gm*RL;
Cm2=Cbc;
wH1=1/(Cm2*RL);
wH2=(rbb+rbe)/(rbb*rbe*(Cbe+Cm1));

for n=3:1:10000;
    w=10*n*n;
    A=[j*w*C1 -j*w*C1 0 0 0 0 -1;
        -j*w*C1 j*w*C1+Gb+gbb -gbb 0 0 0 0;
        0 -gbb gbb+gbe+j*w*(Cbe+Cbc) -gbe-j*w*Cbe -j*w*Cbc 0 0;
        0 0 -gbe-gm-j*w*Cbe gbe+Ge+j*w*Ce+gm+gce+j*w*Cbe -gce 0 0;
        0 0 gm-j*w*Cbc -gce-gm gce+Gc+j*w*C2+j*w*Cbc -j*w*C2 0;
        0 0 0 0 -j*w*C2 j*w*C2+G1 0;
        1 0 0 0 0 0 0];
    Y(:,n)=inv(A)*B;
    Phase(n)=angle(Y(6,n))/pi*180;
    if (Phase(n)>0)
        Phase(n)=Phase(n)-360;
    end
    Gv(n)=abs(Y(6,n))./Vi;
    Zin(n)=Vi./abs(Y(7,n));
    %calculate the solveing value
    if(w<=1e5)
        Gvs(n)=abs((-gm*rbe*RL/(rbe+rbb)) * (j*w*t1/(1+j*w*t1)) *
(j*w*t2/(1+j*w*t2)));
    else
        Gvs(n)=abs(-gm*RL*rbe/((rbb+rbe)*(1+j*w/wH1)*(1+j*w/wH2)));
        %Gvs(n)=abs((-beta*RL)/((rbb+rbe)*(1+j*w/wH2)));

```

```
end
Phase_s(n)=angle((-gm*rbe*RL/(rbe+rbb)) * (j*w*t1/(1+j*w*t1)) *
(j*w*t2/(1+j*w*t2)))/pi*180;
if (Phase_s(n)>0)
Phase_s(n)=Phase_s(n)-360;
end
freq(n)=w/2/pi;

end

%% 求解结果
figure;
semilogx(freq, 20*log10(Gv), '-b'); hold on;%plot
plot([100:50:1e4], 37, '-');hold on;
plot([1e6:10000:1e8], 37, '-');hold on;
title('增益-频率关系图')
ylabel('Gain, dB'), xlabel('Freq,Hz')
legend('数值解',1);

figure;
semilogx(freq, Phase, '-b')%plot
AXIS([10 10e8 -300 -100])
title('相位-频率关系图')
ylabel('Phase, degree'), xlabel('Freq,Hz')
legend('数值解',1);

figure;
semilogx(freq, Zin, '-b')%plot
title('输入电阻 Zin-频率图')
ylabel('Zin, Ohm'), xlabel('Freq,Hz')

%% Matlab 求解输出电阻与频率的关系
clear;

%% 变量定义
Rb1=60000;
```

```
Rb2=20000;  
Rc = 3000;  
rbb=200;  
C1=10e-6;  
Cbe=10e-12;  
C2=30e-6;  
Cbc=1e-12;  
Ce=30e-6;  
rbe=800;  
Re=2000;  
R1=6000;  
rce=70000;  
gm=1/16;  
beta=50;  
Gb=1/Rb1+1/Rb2;  
gbb=1/rbb;  
Ge=1/Re;  
Gc=1/Rc;  
gce=1/rce;  
gbe=1/rbe;  
G1=1/R1;  
Vo=1;  
w=1;  
  
%X=[V1;V2;V3;V4;V5;V6;Ie];  
B=[0;0;0;0;0;0;Vo];  
  
%% 列写方程  
%caculate the LOW freq solveing value  
RL=R1*Rc/(R1+Rc);  
C11=C1*Ce/((1+beta)*C1+Ce);  
t1=(rbb+rbe)*C11;  
t2=(Rc+R1)*C2;  
  
%caculate the HIGH freq solveing value  
Cm1=Cbc*gm*RL;  
Cm2=Cbc;  
wH1=1/(Cm2*RL);
```

```

wH2=(rbb+rbe)/(rbb*rbe*(Cbe+Cm1));

for n=3:1:10000;
    w=10*n*n;
    A=[
        j*w*C1+Gb+gbb -gbb 0 0 0 0;
        -gbb gbb+gbe+j*w*(Cbe+Cbc) -gbe-j*w*Cbe -j*w*Cbc 0 0;
        0 -gbe-gm-j*w*Cbe gbe+Ge+j*w*Ce+gm+gce+j*w*Cbe -gce 0 0;
        0 gm-j*w*Cbc -gce-gm gce+Gc+j*w*C2+j*w*Cbc -j*w*C2 0;
        0 0 0 -j*w*C2 j*w*C2 -1;
        0 0 0 0 1 0];
    Y(:,n)=inv(A)*B;
    Zout(n)=Vo./abs(Y(6,n));
    freq(n)=w/2/pi;

end

%% 求解结果
figure;
semilogx(freq, Zout, '-b')%plot
title('输出电阻 Zout-频率图')
ylabel('Zout, Ohm'), xlabel('Freq,Hz')

```

17. chpt5.9.2_1.m

```

%% 【章节 5.9.2-1】二阶低通有源滤波器
%
%% 题目
% <<chpt5.9.2_1_q.JPG>>
%% 方程
% <<chpt5.9.2_1_a.JPG>>

%% Matlab 求解
clear;

%% 变量定义
R=20000;
C=0.01e-6;

```

```
R3=20000;
w0=1/(R*C);

%% 列写方程并画图
for R4=10:5:30
    u=(1+1000*R4/R3);
    Q=1/(3-u)
    for n=12:1:70
        w=10*n*n;
        Hw=u/sqrt((1-(w/w0)^2)^2+(w/(w0*Q))^2);
        freq(n)=w/2/pi;
        H(n)=Hw;
    end
    semilogx(freq/2,H,'r');hold on;
    grid on;
end
```